

2012s-26

Évaluation options réelles du projet VEGA de Northern Canada Gas

Marcel Boyer, Éric Gravel

Série Scientifique
Scientific Series

Montréal
Septembre 2012

© 2012 *Marcel Boyer, Éric Gravel*. Tous droits réservés. *All rights reserved*. Reproduction partielle permise avec citation du document source, incluant la notice ©.
Short sections may be quoted without explicit permission, if full credit, including © notice, is given to the source.



Centre interuniversitaire de recherche en analyse des organisations

CIRANO

Le CIRANO est un organisme sans but lucratif constitué en vertu de la Loi des compagnies du Québec. Le financement de son infrastructure et de ses activités de recherche provient des cotisations de ses organisations-membres, d'une subvention d'infrastructure du Ministère du Développement économique et régional et de la Recherche, de même que des subventions et mandats obtenus par ses équipes de recherche.

CIRANO is a private non-profit organization incorporated under the Québec Companies Act. Its infrastructure and research activities are funded through fees paid by member organizations, an infrastructure grant from the Ministère du Développement économique et régional et de la Recherche, and grants and research mandates obtained by its research teams.

Les partenaires du CIRANO

Partenaire majeur

Ministère du Développement économique,
de l'Innovation et de l'Exportation

Partenaires corporatifs

Autorité des marchés financiers
Banque de développement du Canada
Banque du Canada
Banque Laurentienne du Canada
Banque Nationale du Canada
Banque Royale du Canada
Banque Scotia
Bell Canada
BMO Groupe financier
Caisse de dépôt et placement du Québec
Fédération des caisses Desjardins du Québec
Financière Sun Life, Québec
Gaz Métro
Hydro-Québec
Industrie Canada
Investissements PSP
Ministère des Finances du Québec
Power Corporation du Canada
Rio Tinto Alcan
State Street Global Advisors
Transat A.T.
Ville de Montréal

Partenaires universitaires

École Polytechnique de Montréal
HEC Montréal
McGill University
Université Concordia
Université de Montréal
Université de Sherbrooke
Université du Québec
Université du Québec à Montréal
Université Laval

Le CIRANO collabore avec de nombreux centres et chaires de recherche universitaires dont on peut consulter la liste sur son site web.

Les cahiers de la série scientifique (CS) visent à rendre accessibles des résultats de recherche effectuée au CIRANO afin de susciter échanges et commentaires. Ces cahiers sont écrits dans le style des publications scientifiques. Les idées et les opinions émises sont sous l'unique responsabilité des auteurs et ne représentent pas nécessairement les positions du CIRANO ou de ses partenaires.

This paper presents research carried out at CIRANO and aims at encouraging discussion and comment. The observations and viewpoints expressed are the sole responsibility of the authors. They do not necessarily represent positions of CIRANO or its partners.

ISSN 1198-8177

Partenaire financier

Développement
économique, Innovation
et Exportation
Québec 

Évaluation options réelles du projet VEGA de Northern Canada Gas^{*}

Marcel Boyer[†], Éric Gravel[‡]

Résumé / Abstract

Nous avons procédé à une évaluation du projet VEGA de Northern Canada Gas (NCG) dans le but de montrer comment l'approche options réelles peut s'appliquer à ce type de projet. Bien que réaliste, cette étude est basée sur un cas fictif. Ainsi, elle se veut plutôt exploratoire quant à l'application éventuelle de l'approche à l'évaluation des investissements.

Mots clés : évaluation des investissements, gaz naturel, options réelles, flexibilité managériale.

^{*} Bien que l'évaluation options réelles développée ici soit assez générale, l'entreprise Northern Canada Gas et le projet VEGA sont purement fictifs.

[†] Professeur émérite de sciences économiques, Université de Montréal, Fellow, CIRANO (Montréal) et C.D. Howe Institute (Toronto), Affilié universitaire, Analysis Group (Boston, Montréal), marcel.boyer@cirano.qc.ca

[‡] Économiste, Statlog services conseils (Québec).

Sommaire exécutif

Nous avons procédé à une évaluation du projet VEGA de Northern Canada Gas (NCG) dans le but de montrer comment l'approche options réelles peut s'appliquer à ce type de projet. Bien que réaliste, cette étude est basée sur un cas fictif. Ainsi, elle se veut plutôt exploratoire quant à l'application éventuelle de l'approche à l'évaluation des investissements.

Nous avons considéré le projet VEGA comme comprenant trois sources de flexibilité particulièrement importantes : la flexibilité produire/livrer ou non selon les conditions de marché, la flexibilité de choisir la date de mise en production du puits et la flexibilité de choisir la date de démarrage du forage. La valeur de chaque décision de produire/livrer ou non est équivalente à une option de type « call européen » avec un prix d'exercice égal aux coûts de production et un sous-jacent donné par le revenu provenant de la vente du gaz. La valeur de l'option de produire/livrer détermine la valeur de l'option de procéder à la mise en production du puits une fois le forage terminé et ce, en fonction du prix du gaz et du niveau des réserves tels qu'observés au moment où la décision de mettre le puits en production doit être prise. Avant de débiter le forage, l'option de mettre le puits en production est comparable également à une option de type « call européen » qui a une durée égale au temps de forage, un prix d'exercice égal aux coûts de mise en production et un sous-jacent égal à la valeur espérée de l'option de produire/livrer. L'option de mise en production détermine à son tour la valeur de l'option de procéder au forage du puits VEGA-3. Avec la valeur de l'option de produire/livrer le gaz de VEGA-1, cette option constitue une fois retranché le coût d'acquisition de l'option VEGA, la valeur options réelles (VOR) du projet dans son ensemble.

Nous utilisons un processus de retour à la moyenne pour modéliser l'évolution du prix du gaz qui semble bien caractériser la dynamique du marché nord-américain. Ce processus se justifie comme suit : suite à un choc à la hausse du prix, les activités d'exploration s'intensifieront, des puits plus coûteux seront mis en service et il est fort probable que certains consommateurs choisiront un substitut énergétique moins coûteux. Par conséquent, l'augmentation de l'offre et la diminution de la demande devraient entraîner une pression à la baisse sur le prix qui aura tendance à revenir à son niveau d'équilibre de long terme. Des phénomènes inverses similaires se produiront lors

d'un choc à la baisse du prix et ce, jusqu'à ce que le marché retrouve son équilibre de long terme. Un processus de retour à la moyenne reproduit le phénomène de convergence vers l'équilibre sans toutefois exclure que des chocs à court terme (température, bris de pipeline, etc.) se répètent continuellement. Mentionnons que choisir un mouvement selon lequel le prix réel du gaz (par exemple un mouvement brownien géométrique) suivrait une tendance à la hausse tout en subissant continuellement des chocs aléatoires autour de la tendance à la hausse ferait augmenter la valeur du projet. Par contre, si le vrai processus est un retour à la moyenne, cela peut amener le décideur à faire des choix erronés dans la sélection et dans la gestion optimale du projet.

Étant donné le processus aléatoire du prix et la règle de gestion de la production/livraison, nous avons déterminé la valeur de l'option de produire/livrer ou non le gaz. Dans le but de simplifier la présentation de notre modèle de base et d'obtenir une solution analytique au problème d'optimisation sous-jacent, nous supposons qu'il est impossible d'arrêter de produire mais qu'il est possible de ne pas livrer le gaz si le revenu net ainsi obtenu est trop faible. En d'autres termes, nous supposons que le stockage du gaz est impossible, ce qui nous amène à sous-estimer légèrement la valeur du projet. Pour vérifier l'importance de cette hypothèse, nous avons simulé l'exploitation du premier scénario VEGA-3 sur une période de 40 ans en supposant que le gestionnaire du puits peut décider de produire ou non au début de chaque semaine et qu'il est possible de stocker quand il n'y a pas de production. Étant donné le prix moyen de vente élevé et les coûts de production, nous trouvons que notre hypothèse simplificatrice a un effet négligeable sur la valeur du projet.

Pour un prix de départ égal au prix moyen de long terme de 12\$/mcf, un niveau de volatilité du prix de 35%, une force de retour à la moyenne (demi-vie) de 0.2, la valeur options réelles (VOR) du projet VEGA s'élève, pour un taux d'actualisation de 5%, à 457 200\$ si on remplace uniquement de l'huile à chauffage et à 512 470\$ si on remplace du propane quand la production est supérieure à 500 mcf par jour. Pour un taux d'actualisation de 10%, la VOR est de 26 770\$ si on remplace uniquement de l'huile à chauffage et de 63 820\$ si on remplace du propane. Enfin, pour un taux d'actualisation de 12%, la VOR est de -84 860\$ si on remplace uniquement de l'huile à chauffage et de -52 220\$ si on remplace aussi du propane. La VOR est négative pour des taux

d'actualisation plus élevés et avec ces paramètres, le taux de rendement interne (TRI) du projet se situe entre 10 et 12%.

Nous avons procédé à une étude de sensibilité de la VOR par rapport au paramètre de volatilité du prix (entre 10% et 60%) et à la force de retour à la moyenne (entre 0.1 et 0.6). Avec un niveau de volatilité du prix de 50% et une force de retour à la moyenne (demi-vie) de 0.2, la VOR s'élève respectivement à 520 400\$ (à 578 410\$ avec propane), à 66 540\$ (à 105 540\$ avec propane) et à -50 680\$ (à -16 290\$ avec propane) pour les taux d'actualisation de 5%, 10% et 12%. Avec un niveau de volatilité du prix de 50% et une force de retour à la moyenne (demi-vie) de 0.1, ces valeurs s'élèvent respectivement à 692 160\$ (à 754 410\$ avec propane), à 164 560\$ (à 206 270\$ avec propane) et à 29 930\$ (à 66 620\$ avec propane).

Nous avons également évalué la possibilité que NCG puisse déterminer la date de mise en production du puits, plus précisément le délai entre la fin du forage et la décision de procéder ou non à la mise en production, et nous avons déterminé la valeur de cette option de timing et son impact sur la valeur du projet VEGA. L'option de timing est très importante si la valeur actualisée nette (VAN) du projet est faiblement positive ou négative selon les conditions actuelles du marché. Dans ce cas, si on a la possibilité de reporter temporairement l'investissement, il se peut que dans l'avenir, les conditions du marché s'améliorent suffisamment pour justifier l'investissement. Par conséquent, la flexibilité d'attendre a une valeur qui doit être prise en compte dans le processus d'évaluation et de décision. Nous discutons d'un cas réaliste où la VAN de mettre le puits en production est, selon les conditions de marché de départ, égale à -142 160\$, ce qui suggérerait d'abandonner le projet. Par contre, s'il y a possibilité d'attendre avant de mettre le puits en production, alors la VOR s'élève à 134 130\$ si la mise en production du puits peut se faire au cours des 2 prochaines années, à 143 170\$ si la mise en production du puits peut se faire au cours des 3 prochaines années, et à 146 980\$ si la mise en production du puits peut se faire au cours des 4 prochaines années. Par conséquent, en ignorant la flexibilité de reporter une décision, si évidemment cette flexibilité est présente, on sous-évalue le projet.

L'analogie entre la valeur de l'option d'attendre et une option de type « call américain » est intéressante car elle permet en quelque sorte de valider avec un marché organisé et liquide l'idée que

le projet a une valeur même si sa VAN est présentement négative. Par exemple, le 8 décembre 2003 à l'ouverture des marchés, les actions de la compagnie EnCana se transigeaient à un prix de 38.52\$US et il y avait en circulation, au même moment, des options permettant d'acheter une action à un prix d'exercice de 40\$US jusqu'au 20 décembre 2003. Même si le 8 décembre 2003 le prix d'exercice des options était supérieur de 1.48\$US à la valeur de l'action, ces options se transigeaient quand même à un prix de 0.20\$US chacune. Dans le cas de l'action/option VEGA, la valeur actualisée des flux monétaires provenant de l'exploitation du puits correspond à la valeur marchande de l'action alors que le coût de mise en production du puits correspond au prix d'exercice de l'option.

Une annexe regroupe l'ensemble des développements plus mathématiques qui sous-tendent notre analyse. L'évaluation fait intervenir une solution analytique pour la valeur de l'option de produire/livrer ou non et des solutions numériques pour les options de timing pour la mise en production et le forage.

Précisons qu'il faut être prudent dans l'interprétation des valeurs rapportées dans ce rapport. Tel que mentionné ci-haut, l'objectif du présent rapport est d'illustrer le potentiel de l'approche options réelles et non de fournir une valeur de projet qui pourrait servir à prendre ou à justifier une décision. En effet, notre travail de modélisation du processus de décision doit être complété par une estimation des paramètres tels le niveau de volatilité, la force de retour à la moyenne et par une étude plus approfondie du risque associé au projet, en particulier si les prix observés pour divers actifs transigés pourraient nous fournir de l'information quant à l'appréciation, par les marchés, des risques caractéristiques du projet VEGA.

Aussi, nous n'avons pas considéré dans notre étude le fait que la demande pour la production de VEGA est «régionale» et probablement très concentrée (monopole bilatéral entre un vendeur et un client) et que périodiquement, le gaz de VEGA pourrait ne pas trouver preneur. Avec ce type de marché, il est possible que le retour à la moyenne ne caractérise pas bien l'évolution du prix. Des négociations entre le vendeur et le ou les acheteurs pourraient donner naissance à des arrangements contractuels sujets à d'autres contingences que celles décrites par le retour à la moyenne.

Finalement, avec plus d'information quant au plan de développement du permis VEGA, il aurait été possible d'estimer la valeur de l'information générée par les résultats du forage de VEGA-3. Un communiqué de presse émis le 12 août 2003 nous laisse croire que malgré une présence commercialement insuffisante de pétrole et de gaz dans le puits VEGA-2, le forage de ce dernier a quand même fourni de l'information géologique qui sera utilisée pour guider les forages subséquents. La méthodologie des options réelles peut permettre d'évaluer la valeur de ces informations.

1. Introduction

L'objet spécifique de ce rapport est de montrer à l'aide d'un cas réel comment la méthodologie des options réelles peut s'appliquer en tant qu'outil d'évaluation et d'aide à la décision. Le cas retenu est celui d'un investissement réalisé par Northern Canada Gas (NCG) en août 2003 dans le projet VEGA-3.

De plus, un projet plus vaste, le projet BenGulf, pourrait éventuellement faire l'objet d'une évaluation par l'approche des options réelles et nous abordons dans ce rapport les principales options réelles que recèle ce projet d'envergure et qui devrait faire l'objet d'une évaluation rigoureuse. Les données et hypothèses de base utilisées dans ce rapport sont essentiellement celles qui ont servi à l'étude financière interne du projet VEGA-3, selon les discussions que nous avons eues avec les gens de NCG.

Ce rapport n'a pas pour objectif de fournir une revue critique de la méthodologie suivie par NCG dans l'évaluation des investissements, ni de manière générale ni pour le cas spécifique de l'investissement considéré. Il se veut plutôt une illustration de l'intérêt que pourrait avoir NCG à adopter l'approche des options réelles à l'évaluation des investissements. Ce rapport n'est ni une présentation exhaustive du potentiel de l'approche des options réelles ni une analyse complète et pleinement approfondie du cas particulier qui fait l'objet de ce rapport. Il pourra servir tout au plus, à l'intérieur des limites temporelles et financières fixées pour notre étude, à indiquer de manière concrète le potentiel de l'approche.

La structure du rapport est la suivante. Dans les prochaines pages de l'introduction, nous présentons de manière succincte l'approche des options réelles. Par la suite, nous présentons dans la section 2 les éléments essentiels du projet VEGA. La section 3 est consacrée à l'évaluation comme telle du projet VEGA par l'approche des options réelles. Nous présentons et commentons dans la section 4 les résultats de cette évaluation. Dans la section 5, nous présentons les autres options réelles qui à notre avis devraient faire partie d'une évaluation plus complète du projet. La section 6 est consacrée au projet BenGulf. Un appendice contient l'ensemble des développements plus mathématiques qui sous-tendent notre analyse.

L'approche options réelles (OR) en général

Lorsqu'on applique une approche options réelles (OR) à l'évaluation d'un projet d'investissement, c'est que l'on perçoit la décision comme un processus visant non seulement la réalisation ou non du projet mais aussi la réduction active de son exposition au risque baissier et l'augmentation de son exposition aux opportunités favorables. De manière générale, l'approche OR se situe entre la finance pure et les autres domaines de prise de décision en situation risquée tels l'évaluation de projet, l'entrée et la sortie d'un marché, la restructuration/réingénierie organisationnelle, l'adoption de nouvelles technologies, etc..

L'approche OR utilise des méthodologies auxquelles souscrivent du moins implicitement beaucoup de hauts-dirigeants ou gestionnaires supérieurs (*executives*) d'entreprise. En un certain sens, elle permet de rendre plus rigoureux et plus explicite le recours aux informations qualitatives qu'on représente souvent par le « *gut feeling* » des gestionnaires face à un investissement stratégique. L'application d'une approche OR, ou de manière moins formelle l'état d'esprit OR, peut ainsi être bénéfique dans plusieurs domaines primordiaux des entreprises modernes: la couverture et le développement proactif du marché, la finance, la gestion des ressources humaines, la gestion de la technologie, la R&D, la gestion des connaissances, etc..

Cette approche représente un changement important dans la gestion stratégique mais demeure relativement peu connue et ce, malgré son adoption par des entreprises telles que Airbus, GE, Hewlett Packard, Intel, Toshiba et plusieurs autres. Pour de nombreux observateurs, la contribution la plus tangible des hauts dirigeants à la valeur de l'entreprise devrait être mesurée par la valeur des options réelles qu'ils identifient et créent et par leur capacité à les gérer de manière optimale. Dans un monde sans incertitude, les gestionnaires ne seraient ni nécessaires ni utiles. Les dirigeants n'ajouteraient ainsi de la valeur à l'entreprise que dans la mesure où ils peuvent gérer activement le changement au fur et à mesure que l'incertitude se résorbe. L'approche OR vise à quantifier cette valeur de la gestion active de l'incertitude par les gestionnaires.

La méthodologie des options réelles apparaît comme un outil puissant et crucial pour les dirigeants. Cependant, ce potentiel ne sera atteint que par les organisations qui pourront combiner l'état d'esprit OR avec des compétences techniques poussées et un bon système d'information sur

les facteurs déterminants (*drivers*) de la valeur de l'organisation et/ou des projets et en ce sens, la mise en place d'une approche OR peut être à la fois prometteuse et difficile. Par contre, l'approche OR ne prétend pas et ne peut pas être un substitut aux valeurs et à la morale d'entreprise. Une meilleure appréciation des risques et opportunités ne protégera jamais une entreprise contre tous les risques opérationnels, en particulier contre la tentation d'un effort insuffisant dans l'évaluation d'un projet ou dans sa gestion une fois le projet accepté. Mais c'est là un autre sujet qui relève de la bonne gouvernance plutôt que de l'approche OR.

Issue directement de la finance moderne, l'approche OR en utilise les techniques et méthodes. Cependant, la finance se préoccupe surtout de l'évaluation et de la tarification des instruments et actifs financiers, options d'achat et de vente notamment, alors que l'approche OR traite d'instruments et d'actifs réels. Au fur et à mesure que l'approche des options réelles se diffuse dans les divers domaines de la gestion et de la prise de décision, l'accent passe de l'évaluation pure de la décision à l'optimisation de la décision.

Un projet d'investissement réel dans les cartons d'une entreprise représente en réalité une possibilité ou option, mais non une obligation, de dépenser des ressources à un certain moment dans le futur afin d'obtenir un actif (comme une usine) dont la valeur est typiquement aléatoire. D'ailleurs, l'origine de l'approche OR remonte à une remarque de Stewart Myers de MIT à l'effet que détenir un projet d'investissement réel tel un projet de construction d'une usine (ou l'adoption d'une nouvelle technologie, un plan de restructuration, l'exploration d'un nouveau marché ou produit, le développement d'un programme de R&D, l'exploitation d'un puits ou d'une réserve de gaz naturel, etc.) est semblable à détenir une option financière.

Le caractère aléatoire d'une option financière vient du fait que l'actif sous-jacent est généralement un titre financier dont la valeur est aléatoire; au moment de l'acquisition d'une option d'achat ou de vente, on ignore si, au moment venu d'exercer l'option, le prix d'exercice fixé au départ sera plus élevé ou plus faible que le prix encore inconnu du titre. L'option peut ne jamais être exercée. De même, si le prix du produit de l'usine projetée (ou du puits de gaz à exploiter) n'évolue pas de façon favorable ou si l'on s'aperçoit que les coûts d'opération seront plus élevés que prévus, alors, au moment venu de décider si l'investissement doit être réalisé ou non, il pour-

ra être préférable de ne pas procéder, de ne pas s'engager dans la n^{ième} étape ou encore de ne pas exercer l'option de construction de l'usine ou d'exploitation du puits.

La distinction entre l'évaluation de l'option et la prise de décision est uniquement une question d'emphase. En fait, évaluer un projet est équivalent à déterminer si oui ou non l'option que représente le projet doit être exercée et si oui, à quel moment. Mais la distinction est importante: l'application de l'approche OR à la prise de décision dans les organisations vise à créer de la valeur en captant l'entier potentiel de l'entreprise.

Une différence importante entre les options financières et les options réelles vient de la nature de l'incertitude qui touche l'actif sous-jacent. Dans le monde des options financières, l'incertitude porte sur le prix futur des titres financiers. L'incertitude est alors une source de valeur en raison des fluctuations des cash-flows des options qui sont limitées à la baisse et illimitées à la hausse, fluctuations liées à la variabilité ou volatilité « exogène » (hors du contrôle des gestionnaires) du prix des actifs financiers sous-jacents. Dans le monde des options réelles, l'incertitude peut être une source de valeur dans la mesure où les dirigeants sont capables de gérer en partie l'incertitude des projets.

Cette différence importante dans la nature de l'incertitude trouve sa contre-partie dans la nature de l'information qui doit être utilisée pour l'évaluation et la gestion des options. Pour les options financières, des séries de données à fréquence élevée sur les prix des titres sont la plupart du temps disponibles. Pour une option réelle telle que la construction d'une usine, l'incertitude vient des prix futurs ou des coûts futurs de production. Alors que les prix des produits peuvent avoir des similarités avec divers prix de titres, ils ne sont généralement pas disponibles avec le même degré d'exactitude et peuvent ne pas être influencés par les mêmes facteurs. Pour ce qui est de l'évaluation des coûts, ce sont à la fois la forme et la nature des données disponibles qui sont fondamentalement différentes.

Il y a aussi des différences dans l'environnement institutionnel qui caractérise l'évaluation de l'option et le problème de prise de décision. Les marchés financiers sont souvent riches et denses si bien que des portefeuilles constitués d'actifs transigés sur le marché peuvent dupliquer le ris-

que associé à l'actif sous-jacent d'une option donnée. C'est sous ces conditions que s'applique la fameuse méthode de Black-Scholes-Merton. Dans le cas des options réelles, les marchés étant trop clairsemés et/ou opaques, il est fréquent que cette hypothèse (dite de duplication ou « *spanning* ») soit violée, si bien qu'il faut recourir à des techniques telles la programmation dynamique stochastique ou la simulation plutôt qu'à la méthode des actifs contingents prédominante en finance.

Quoique largement utilisées en finance, les techniques d'optimisation dynamique stochastique sont loin d'être l'apanage de cette discipline. Utilisées également par des gestionnaires et des ingénieurs, elles représentent un outil et un langage commun qui favorise le déploiement des techniques et méthodologies d'évaluation des options, de la finance vers d'autres domaines au sein de l'organisation.¹ Mais au-delà des techniques, l'approche OR est surtout une façon de penser et de gérer la prise de décision en incertitude. Elle repose sur les éléments suivants:

- ❖ Reconnaître que l'incertitude crée des opportunités et de la valeur;
- ❖ Reconnaître que la concrétisation de cette valeur exige des décisions adéquates;
- ❖ Identifier les sources de l'incertitude et recueillir l'information nécessaire à la caractérisation de cette incertitude;
- ❖ Identifier les décisions (options) qui favorisent l'exposition aux risques haussiers et celles qui diminuent l'exposition au risque baissier;
- ❖ Établir des *règles* de décision optimales, en fonction de l'information à venir.

L'évaluation de projets est l'application la plus évidente de l'approche OR, quoique ce ne soit pas la seule. Avant l'approche OR, la procédure standard d'évaluation de projets était la valeur présente nette (VPN/NPV) et les diverses variantes de cette dernière, dont entre autres le taux de rendement interne (TRI/IRR) ou encore les diverses formules d'indices de profitabilité.²

¹ La dimension technique de l'évaluation des options est certes importante et c'est pourquoi la percée conceptuelle sous-jacente a été reconnue par l'attribution en 1997 du Prix Nobel de sciences économiques à Robert C. Merton (Harvard University) et Myron S. Scholes (Stanford University) pour leurs travaux sur « une nouvelle méthode pour déterminer la valeur des produits dérivés ».

² Il est important de mentionner ici qu'en présence de multiples sources de risques, l'approche de la VAN/NPV n'est pas rigoureusement correcte car elle est susceptible de violer les principes fondamentaux de l'additivité des valeurs et de l'absence d'arbitrage. Pour éviter ces écueils, il faut en présence de multiples sources de risques adopter la VANO (VN Optimisée); voir à ce sujet Boyer, M. et É. Gravel, "Évaluation de projets : La valeur actualisée nette optimisée (VAN-O)", *Assurances et gestion des risques*, 74(2), juillet 2006, 163-185.

L'approche OR est en fait une amélioration de cette procédure conventionnelle. La nouvelle approche rationalise ce que beaucoup de gestionnaires ou d'évaluateurs font déjà de façon intuitive:

- ❖ donner de l'importance au timing des décisions;
- ❖ identifier et évaluer les risques baissiers et les opportunités à la hausse associées au projet;
- ❖ identifier, évaluer et optimiser les décisions futures qui pourraient affecter l'exposition aux fluctuations à la baisse ou à la hausse;
- ❖ gérer de façon optimale la création et l'utilisation de la flexibilité et de la modularité comme moyens d'exploiter à profit l'incertitude.

À partir du moment où ces dimensions de l'évaluation de projets sont prises en compte, ces derniers deviennent des instruments à gérer de manière proactive pour modifier en faveur du décideur la façon dont l'incertitude affecte les résultats de l'organisation.

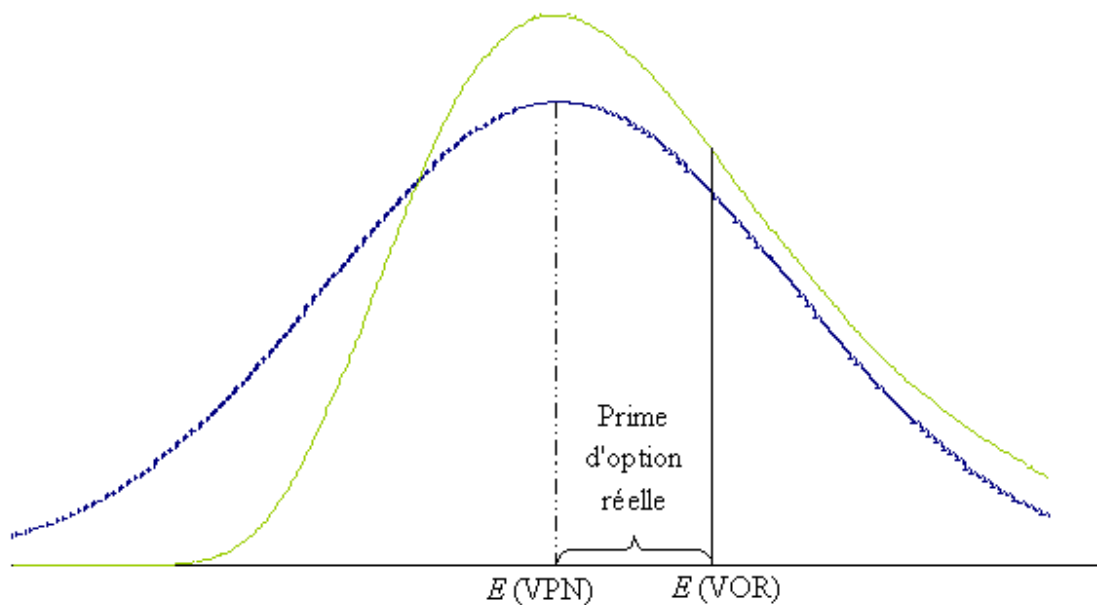
Une bonne évaluation des coûts et des bénéfices est et a toujours été importante dans l'évaluation de la valeur présente nette conventionnelle. Dans l'approche OR, les options créées par le projet sont considérées comme étant des bénéfices; les options utilisées ou exercées par le projet deviennent des coûts. Ces options doivent être évaluées et dans la plupart des cas, de telles évaluations exigent de trouver la règle optimale de décision à savoir si et quand l'option doit être créée, détenue ou exercée. Une bonne compréhension des options réelles donne des outils aux gestionnaires pour calculer plus précisément les valeurs présentes nettes (VPN) et prendre ainsi de meilleures décisions stratégiques. On peut définir la valeur options réelles (VOR) d'un projet comme suit:

$$\text{VOR} = \text{VPN Standard statique} + \text{Prime d'option de gestion active.}$$

L'approche OR aide les dirigeants à quantifier la valeur de la gestion active. Puisque les calculs standards de la VPN se basent généralement sur la valeur actualisée des résultats *moyens*, la capacité des dirigeants à gérer activement un projet n'est pas prise en compte et la VPN statique sous-estime donc la véritable VPN (la VOR) d'un projet, même si l'évaluation du projet fait intervenir des études de sensibilité unidimensionnelle ou multidimensionnelle. Ces études de sensibilité permettent de déterminer la distribution de la VPN et l'impact de différents facteurs sur cette distribution. La gestion active, sous-jacente à l'approche VOR, limite le risque baissier et

augmente l'exposition au risque haussier, ce qui déplace la distribution même de la VPN, tel qu'illustré à la Figure 1. La valeur espérée peut changer de signe lorsque la prime d'option de gestion active est ajoutée: VPN négative, VOR positive. De plus, le classement de projets mutuellement exclusifs peut être altéré : le classement en fonction de la VPN pouvant être différent du classement en fonction de la VOR. Ainsi, avec l'approche conventionnelle de la VPN, des projets profitables peuvent ne jamais être entrepris et les meilleurs projets peuvent ne pas être choisis, si bien que la valeur de l'entreprise ne sera pas maximisée.

Figure 1:
Densité de la VPN conventionnelle (courbe verte) et de la VOR (courbe bleue)



La planification stratégique est un exercice de gestion de la flexibilité et de la modularité. Les plans doivent spécifier les nœuds de décision, c'est-à-dire, les gestes futurs à poser ou non, à des dates qui peuvent être données mais qui sont le plus souvent à choisir de façon optimale *ex post* en fonction du développement aléatoire de l'environnement auquel l'entreprise fait face. La préparation d'un plan stratégique n'est pas un exercice passif d'anticipation du futur; c'est un exercice de façonnement du futur ou, plus précisément, un exercice de design et d'implémentation des mécanismes par lesquels les décideurs profiteront, en temps et lieux, des développements futurs de l'environnement volatil de l'entreprise. Les gestionnaires plantent les graines d'une

flexibilité future en identifiant et en créant des options réelles. C'est là une différence importante entre les options réelles et les options financières: avec les options réelles, les gestionnaires créent l'outil et/ou utilisent les outils existants de manière créative et proactive; dans le cas des options financières, les dirigeants choisissent généralement des outils, parfois très exotiques, parmi ceux déjà disponibles sur les marchés financiers.

Une option réelle ne peut en général avoir une valeur négative car son propriétaire a la possibilité mais jamais l'obligation de l'exercer. Pourtant, une caractéristique importante des options réelles dans un environnement oligopolistique veut qu'une entreprise détenant certaines options réelles peut avoir moins de valeur que si elle en était démunie. La valeur des options réelles provient de la gestion active des étapes d'un projet au fur et à mesure que l'incertitude se résorbe. Cependant, la possibilité de modifier le déroulement d'un projet sous-entend que l'engagement à poursuivre et à compléter le projet est nécessairement faible. Ce manque d'engagement peut inviter un comportement plus agressif de la part de compétiteurs dont l'objectif pourrait être d'amener l'entreprise à abandonner son projet. La flexibilité et la modularité, réduisant la capacité d'engagement, peuvent aussi encourager des attaques plus agressives de la part des opposants au projet. La gestion active signifie que ces options, bien qu'ayant de la valeur dans un environnement d'affaires concurrentiel non réactif, peuvent avoir une valeur négative dans un environnement d'affaires oligopolistique réactif: les gestionnaires doivent savoir quand brûler leurs vaisseaux (pour augmenter leur capacité d'engagement crédible) et quand préserver leurs possibilités de retraite ou de changement de stratégie. C'est une responsabilité première et essentielle des hauts dirigeants que d'identifier quelles options devraient être fermées ou abandonnées au profit d'un engagement crédible plus fort et quelles options devraient être maintenues au nom de la flexibilité et de la modularité. Une tâche difficile mais déterminante pour la rentabilité de l'entreprise, voire sa survie.

Une option financière c'est le droit, mais non l'obligation, à un paiement futur, positif ou négatif, fondé sur la valeur d'un actif sous-jacent. Les options financières sont des titres très importants car elles permettent de bâtir des portefeuilles permettant aux investisseurs de se prémunir contre des changements dans les marchés et ainsi de gérer les risques financiers auxquels ils font face. La disponibilité d'instruments financiers peut altérer la gestion réelle, tout comme l'assurance

peut altérer la gestion et les comportements en général. A son tour, la valeur de la flexibilité dans l'organisation peut s'en trouver modifiée: plus les contrats et titres financiers disponibles sont efficaces, moins la valeur de la flexibilité réelle sera élevée; et vice-versa. De même, plus il y a de flexibilité dans l'organisation, moins il est nécessaire de s'assurer par le recours aux marchés financiers. Une technologie flexible, une organisation flexible, des projets flexibles et modulaires (des formes importantes d'auto-assurance) sont autant de substituts possibles à la gestion des risques par le recours aux marchés financiers ou d'assurance. Ce recours aux marchés financiers ou d'assurance pour gérer les risques d'affaires auxquels l'entreprise fait face sera d'autant plus souhaitable que les options réelles seront peu présentes dans la technologie, l'organisation ou le portefeuille de projets de l'entreprise. L'auto-assurance n'est pas seulement la capacité de résister à des circonstances défavorables, mais aussi la capacité de réduire leurs impacts par des décisions de gestion adéquates.

La pertinence des options financières pour la gestion du risque est bien connue. Les options financières ne sont cependant qu'une partie des nombreux instruments de gestion des risques réels. Les options réelles constituent l'outil principal de gestion et d'évaluation de la flexibilité des actifs réels et vraisemblablement le plus important d'entre eux. Comme nous l'avons déjà souligné, les options réelles mettent l'accent sur des règles de gestion qui permettent d'éviter ou de contrôler les impacts d'évènements futurs défavorables sur la valeur de l'organisation tout en permettant de saisir les opportunités favorables. Ceci ressemble beaucoup à ce qui s'applique en finance, où les investisseurs font l'arbitrage entre volatilité et rendement espéré. Il y a cependant une différence importante: le propriétaire d'un portefeuille financier est passif une fois établie la composition de son portefeuille; au contraire, le propriétaire d'un portefeuille réel doit appliquer des règles de gestion particulières pour concrétiser le potentiel des options réelles.

Par ailleurs, les gestionnaires de projets réels ont souvent à prendre des décisions sur des projets dont les bénéfices sont bien connus mais dont les coûts futurs sont incertains et volatils. Dans ces cas, l'approche OR peut favoriser l'application du principe de précaution et l'adoption de projets dont la valeur espérée peut être négative. Dans ces situations, l'incertitude n'a pas pour effet de retarder mais plutôt d'accélérer l'investissement. D'autres situations existent où l'incertitude est favorable à l'investissement. Si un projet est très volatil, mais négativement corrélé avec d'autres

projets détenus par la firme, alors celui-ci, en plus de la valeur qu'on trouve à ne l'entreprendre qu'en cas de « bonne nouvelle », tire de la valeur de la possibilité de s'en servir comme assurance au cas où les autres projets échoueraient. Ceci rappelle le β (Beta) dans les actifs financiers. Comme un titre dont le β est négatif tire de la valeur du fait qu'il peut servir d'assurance contre les fluctuations des marchés financiers, une option réelle dont la valeur est négativement corrélée avec celle d'autres options tire de la valeur de cette propriété.

Cependant, le potentiel des options réelles en matière d'évaluation et de gestion de projet et de gestion du risque, ne sera réalisé que si les variables pertinentes (sources du risque, processus appropriés, corrélations) sont bien identifiées et mesurées. Cela exige que les firmes se dotent des moyens nécessaires, comme elles le font souvent pour exploiter la volatilité et le β des titres financiers.

L'approche OR peut amener la discipline et la précision de la finance à différents secteurs de la prise de décision. Cette approche s'applique à une grande gamme de décisions de gestion et de décisions stratégiques en contexte d'incertitude et d'irréversibilité. C'est pour cela que les entreprises pionnières commencent à l'utiliser pour une gestion proactive des activités afin d'augmenter la valeur de l'organisation. La mise en place d'une approche OR n'est cependant pas facile. Les procédures standard utilisées en finance doivent souvent être adaptées ou remplacées par d'autres techniques. Chaque application de l'approche sera vraisemblablement spécifique à son contexte. Les options possibles doivent être identifiées et décrites; l'information pertinente doit être identifiée et recueillie soigneusement; le gestionnaire qui utilise les options réelles doit avoir la connaissance et la formation requises pour adapter les procédures standard à chaque situation particulière. Plus important peut-être, l'approche OR est un état d'esprit, une capacité et un désir de détecter les décisions qui créent des opportunités et de se protéger contre les revers, en agissant sur ceux-ci pour créer de la valeur au profit de l'entreprise.

Pour les gestionnaires qui ont cet état d'esprit, les options réelles sont un outil qui permet de mieux faire coïncider l'intuition et l'information implicite, qu'apporte leur expérience de l'industrie et de la gestion, avec les procédures conventionnelles de prise de décision. Avant tout,

elles leur permettent de donner un contenu quantitatif à des règles intuitives, leur donnant ainsi un avantage sur les concurrents.

2. Sommaire du projet VEGA

Northern Canada Gas (NCG) est parvenu à une entente avec plusieurs firmes qui lui octroyaient une option (option VEGA) de participer à hauteur de 25% dans les bénéfices du permis gazier de VEGA (incluant gaz et liquides). Pour exercer l'option, NCG devait assumer 50% des coûts de forage du puits VEGA-3 (coût total anticipé de 1 200 000\$) et payer une part des installations du puits productif VEGA-1 (coût pour NCG de 300 000\$).

Le tableau suivant résume les résultats de l'évaluation faite par NCG avant de débiter le forage du puit VEGA-3 (quelques corrections mineures ont été apportées aux résultats d'NCG):

Tableau 1 : Sommaire du calcul de la VAN pondérée

<u>Taux d'actualisation</u>	<u>VAN pondérée</u>
5%	102 530\$
10%	- 87 006\$
15%	- 225 392\$
20%	- 328 911\$

Les principales hypothèses utilisées par NCG dans son analyse étaient les suivantes :

1. la probabilité que le puits soit productif est de 10% avec une distribution de probabilité pour les réserves productives données dans le Tableau 2,
2. la durée du forage est de 45 jours,
3. le coût de mise en production du puits comprend l'achat de l'équipement nécessaire à la livraison du gaz et ce coût augmente avec l'importance de la découverte

- (450K\$ pour 1.1 Bcf; 900K\$ pour 1.49 et 2.02 Bcf; 1350K\$ pour 2.88 et 3.41 Bcf; 2700K\$ pour 4.49 Bcf),
4. les prix du gaz et des liquides sont respectivement de 12\$/mcf et 34.98\$/bls et ils augmentent de 2% par année pour tenir compte de l'inflation,
 5. les royautés versées au gouvernement sont de 10% des revenus,
 6. les coûts d'exploitation sont de 342\$ par jour et ils augmentent de 2% par année pour tenir compte de l'inflation,
 7. l'évaluation est basée sur une période de production ininterrompue de 10 ans avec déclin exponentiel (baisse de pression) après une plage de production constante au départ,
 8. deux scénarios sont possibles : (1) la production de VEGA-3 sera toujours utilisée comme substitut à l'huile à chauffage et (2) la production de VEGA-3 sera utilisée comme substitut au propane pour une production supérieure à 500 mcf par jour.

Tableau 2 : Distribution de probabilité pour les réserves productives

<u>Réserves productives (Bcf)</u>	<u>Probabilité (conditionnelle à avoir un puits productif)</u>
1.10	0.500
1.49	0.250
2.02	0.150
2.38	0.050
2.88	0.030
3.41	0.015
4.49	0.005

Les sources d'incertitude affectant la valeur de VEGA

Il est important au départ de bien identifier les sources d'incertitude et les points dans le projet où le décideur peut réagir à l'arrivée de nouvelles informations. Pour le projet VEGA, nous pouvons identifier quatre variables qui sont à la fois des sources majeures d'incertitude et d'importants déterminants de valeur. Ces variables sont :

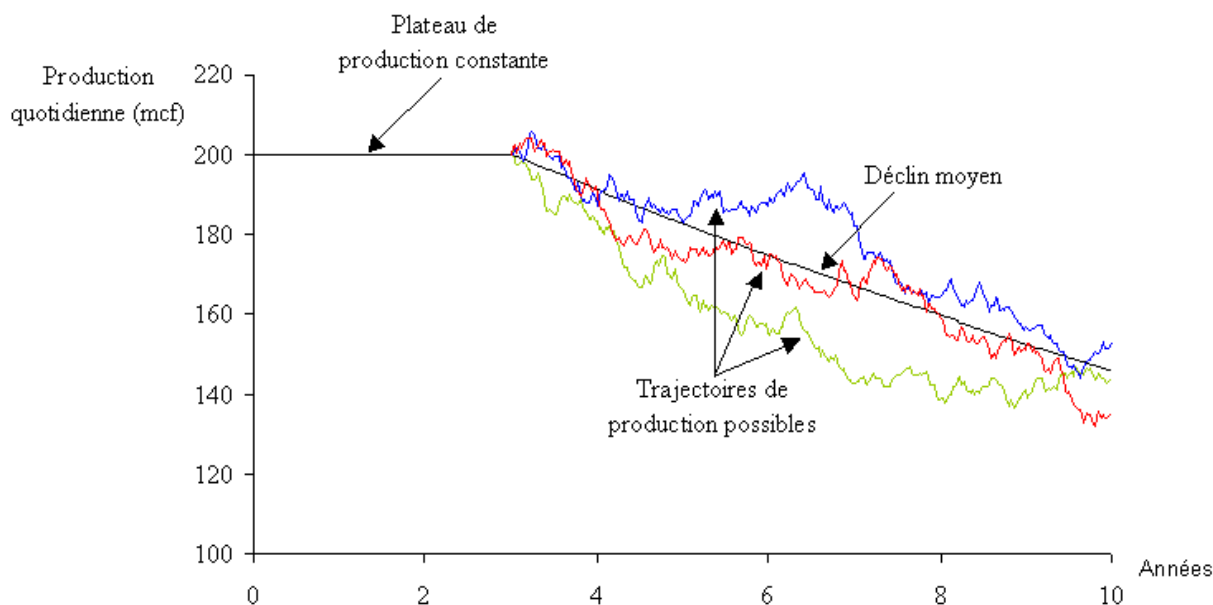
1. le coût et la durée du forage,
2. le niveau initial des réserves,
3. le niveau de production,
4. le prix du gaz naturel.

Au départ, NCG n'écartait pas la possibilité que des difficultés techniques entraînent une augmentation significative des coûts et de la durée du forage par rapport à leurs niveaux anticipés respectifs. Dans un premier temps, nous allons prendre pour acquis que les coûts de forage sont connus; nous discuterons plus loin de l'impact de relâcher cette hypothèse. Pour le niveau initial des réserves, l'information à ce sujet a été présentée à la section précédente et nous prenons les pondérations du tableau 2 comme données.

La valeur du projet VEGA dépend de la valeur actualisée des flux monétaires générés par l'exploitation des puits VEGA-1 et VEGA-3, qui à leur tour dépendent du prix du gaz et du niveau de production.³ Au départ, NCG estimait que la production serait constante pendant une certaine période et suivrait par la suite un déclin exponentiel pouvant exhiber une certaine variabilité. Le graphique 1 illustre ce phénomène. Les trois trajectoires illustrées sur le graphique ont été générées par un processus de mouvement brownien géométrique (MBG) avec production de départ de 200mcf qui demeure stable pendant 3 ans (avec certitude) et qui décline par la suite à un taux anticipé moyen de 4% par année avec une volatilité de 5%. Nous présentons plus en détails en annexe la nature d'un processus MBG.

³ Selon NCG, il est possible que le puits VEGA-3 contienne du pétrole. Puisque nous n'avons pas l'information nécessaire pour évaluer la valeur de l'option d'extraire le pétrole, la valeur n'est pas incluse dans l'évaluation de l'option VEGA.

**Graphique 1 : Évolution du niveau de production quotidien
(expression A.11)**



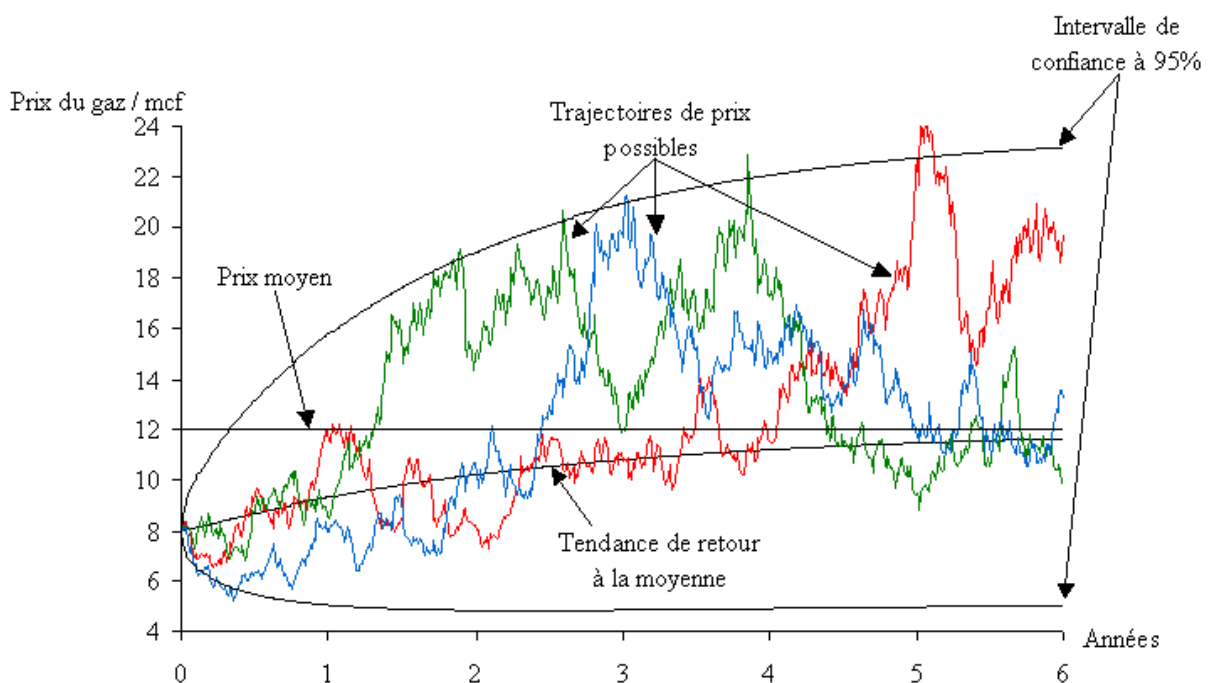
Quant au prix du gaz, l'emplacement du permis VEGA ajoute une importante difficulté à la caractérisation de son évolution.⁴ Puisque qu'il n'existe aucun gazoduc reliant le gaz du permis VEGA au marché nord-américain, la demande pour la production de VEGA est «régionale» et probablement très concentrée. Il semble aussi que la demande potentielle (résidentielle ou industrielle) dépend beaucoup de l'importance de la découverte; il y a un danger que périodiquement, le gaz de VEGA ne trouve pas preneur. Il est donc délicat de supposer que le prix régional se comportera comme celui prévalant sur le marché continental où les clients et les producteurs agissent principalement comme des « *price takers* ».

Malgré cela, nous supposons que le prix du gaz suit un processus ou mouvement de retour à la moyenne (MRM) qui semble bien caractériser l'évolution des prix sur le marché nord-américain. Nous présentons plus en détail en annexe la nature d'un MRM. Un MRM veut que le prix sur le marché, bien qu'aléatoire, soit continuellement attiré vers son prix d'équilibre à long terme, tendance qui peut s'expliquer comme suit : suite à un choc à la hausse du prix, les activités d'exploration s'intensifieront, des puits plus coûteux seront mis en service et il est fort probable

⁴ Nous supposons ici que le prix des liquides est un multiple du prix du gaz.

que certains consommateurs choisiront un substitut énergétique moins coûteux. Par conséquent, l'augmentation de l'offre et la diminution de la demande devrait entraîner une pression à la baisse sur le prix qui aura tendance à revenir à son niveau d'équilibre de long terme. Des phénomènes inverses similaires se produiront lors d'un choc à la baisse du prix et ce, jusqu'à ce que le marché retrouve son équilibre de long terme. Un processus MRM réplique le phénomène de convergence vers l'équilibre sans toutefois exclure que des chocs à court terme (température, bris de pipeline, etc.) se produisent continuellement.

**Graphique 2 : Évolution du prix du gaz selon un MRM
(Expression A.7)**



Trois trajectoires possibles d'un MRM sont illustrés sur le graphique 2 avec un prix initial de 8\$/mcf, un prix d'équilibre de 12\$/mcf, une variabilité de 35%, un paramètre de retour à la moyenne de 0.2; Nous illustrons également l'intervalle de confiance à 95% de ce MRM. Pour VEGA, un MRM peut se justifier par l'existence de substituts comme l'huile à chauffage ou le propane et par la possibilité qu'une demande élevée catalyse l'exploration dans la région et/ou la mise en place d'infrastructure de plus grande capacité pour le transport et la distribution de gaz. Elle pourrait se justifier aussi par le rôle de référence que joue potentiellement le prix du gaz au niveau continental.

3. Évaluation options réelles du projet VEGA

Après avoir représenté schématiquement le processus de décision relatif à l'option VEGA, nous allons identifier et évaluer les options réelles implicites au problème original. Nous allons également procéder à une analyse de sensibilité sur certains paramètres du modèle pour quantifier leur influence sur la valeur. De plus, nous allons étudier la possibilité d'introduire d'autres points de flexibilité dans le processus pour illustrer comment une entente future pourrait être structurée afin d'en maximiser la valeur pour NCG. Pour l'instant nous n'allons pas inclure la possibilité que la demande disparaisse (perte de clients) et nous ignorons aussi les arrangements contractuels spécifiques.

Le processus de décision et ses options

Nous allons utiliser les symboles et définitions suivantes dans le développement du modèle permettant d'évaluer le projet VEGA.

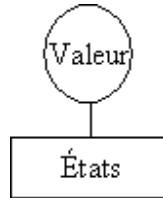
SYMBOLES ET DÉFINITIONS POUR LE MODÈLE OPTIONS RÉELLES

<u>Symbole</u>	<u>Définition</u>
t	temps en années
P_t	Prix au temps t
$q_{i(t)}$	quantité produite par le puits i en t
C_F	coût du forage
C_{G_i}	part des coûts d'installation de VEGA-1
r	taux d'actualisation
T_F	durée du forage
C_P	coût de mise en production de VEGA-3
T_p	délai de mise en production
χ	multiplicateur quantité de liquides
ψ	multiplicateur prix des liquides
v	royautés en %
ι	proportion des revenus allant à NCG
C	coûts de production
Δt	incrément d'une partition d'année
n	nombre d'éléments dans la partition

Pour construire le schéma du processus de décision correspondant à l'option VEGA, nous allons utiliser une méthode inspirée de Leppard et Cannizzo (2002).⁵ Chaque schéma est construit à l'aide des «blocs» suivants :

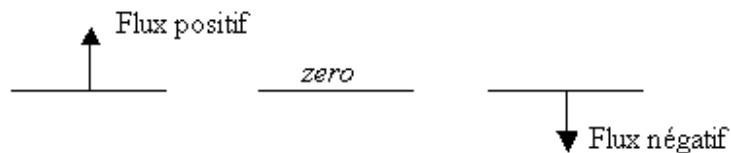
⁵ Leppard, Steve and Fabio Cannizzo (2002), "Diagrammatic Approach to Real Options," in Ehud I. Ronn (éditeur), *Real Options and Energy Management : Using Options Methodology to Enhance Capital Budgeting Decision*, Risk Books, London.

- Bloc 1. Valeur en fonction de l'état du système :



Le symbole ci-haut représente la valeur d'un actif en fonction d'états ou de variables d'état. Dans notre cas, cette valeur peut être celle d'un puits productif qui est fonction des variables d'état que sont les réserves productives et le prix du gaz.

- Bloc 2. Flux monétaires ponctuels :



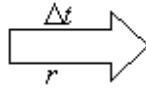
Un flux monétaire ponctuel ne dépend d'aucun événement futur.

- Bloc 3. Boîtes de transitions décisionnelles D, probabilistes P et inconditionnelles I:

- P Transition probabiliste
- D Transition décisionnelle
- I Transition inconditionnelle
(pour lier les symboles)

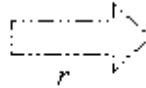
Une transition probabiliste (P) indique un mouvement dans l'espace des variables d'état aléatoires et est utilisée pour représenter le caractère stochastique d'une variable comme le prix du gaz. Pour sa part, une transition décisionnelle (D) représente un mouvement dans l'espace décisionnel, par exemple le passage de l'état inactif à l'état forage. Finalement, une transition inconditionnelle (I) est utilisée pour lier des symboles.

- Bloc 4. Passage d'une période de temps prédéterminée Δt avec actualisation au taux r :



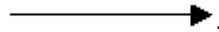
- Bloc 5 : Passage d'une période de temps aujourd'hui inconnue et choisie de façon optimale avec actualisation au taux r :

$t \leq T$ pour maximiser



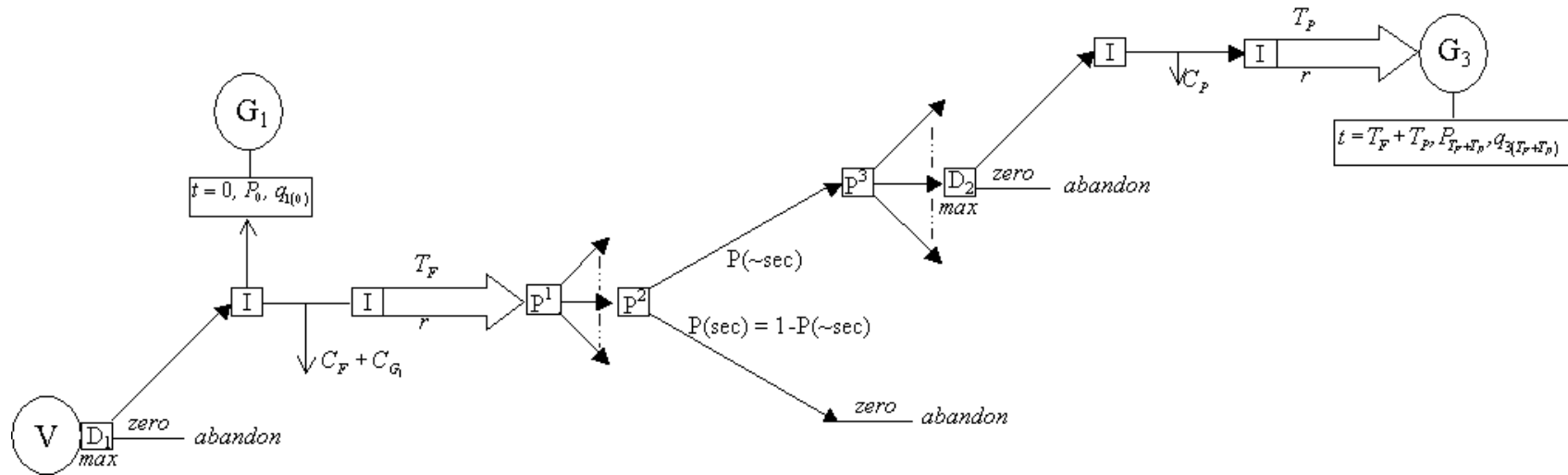
Ce type de symbole pourrait être utilisé pour marquer le temps avant qu'une option « américaine » soit exercée.

- Bloc 6 : Résultat découlant d'une transition



Le schéma 1 situe le processus de décision et la valeur de l'option VEGA dans les espaces des états du système et du temps. L'état du système est caractérisé par le niveau des déterminants de valeur tels le prix du gaz et les réserves (ce sont les variables d'état) ainsi que par l'état dit « contractuel » qui dépend des actions passées et présentes de NCG.

Schéma 1 : Le processus de décision



La première transition décisionnelle (D_1) marque le passage de l'état inactif à l'état abandon ou forage. NCG choisit de forer seulement si la différence entre la valeur de sa part dans VEGA-1 et dans l'option de mettre VEGA-3 en production est supérieure aux coûts $C_F + C_{G_1}$. L'option de mettre VEGA-3 en production est comparable à une option de type « call européen » qui a une durée de T_F années, un prix d'exercice de C_P et un sous-jacent qui est la valeur espérée du puits VEGA-3 productif.

Une fois le forage terminé, NCG arrivera éventuellement à la deuxième transition décisionnelle (D_2) et devra prendre la décision de mettre le puits en production ou l'abandonner. À ce moment là, NCG connaîtra le niveau de réserves et le prix du gaz. Sa fonction-objectif sera :

$$\text{Max}\left\{G_3\left(P_{T_F}, q_{3(T_F)}\right) - C_P, 0\right\},$$

où $G_3\left(P_{T_F}, q_{3(T_F)}\right)$ symbolise la valeur espérée du puits VEGA-3 lorsque le niveau initial de production est de $q_{3(T_F)}$ et le puits prend T_p années à mettre en service.

Avant d'arriver à la transition décisionnelle D_2 , les transitions probabilistes P^1 , P^2 et P^3 indiquent qu'il y a incertitude dans les prix futurs (P^1) et dans la quantité de réserves (P^2 et P^3). Ces sources d'incertitudes se caractérisent par une distribution de probabilités. En connaissant les distributions de probabilités, la fonction-objectif au premier nœud de transition décisionnelle D_1 peut s'écrire comme suit :

$$\text{Max}\left\{G_1\left(P_0, q_{1(0)}\right) - C_{G_1} + E\left[\text{Max}\left\{G_3\left(P_{T_F}, q_{3(T_F)}\right) - C_P, 0\right\} \middle| P_0, I_0\right] e^{-rT_F} - C_F, 0\right\},$$

où $G_1\left(P_0, q_{1(0)}\right)$ est la valeur espérée du puits VEGA-1 avec une production courante de $q_{1(0)}$, le terme $E\left[\text{Max}\left\{G_3\left(P_{T_F}, q_{3(T_F)}\right) - C_P, 0\right\} \middle| P_0, I_0\right]$ représente la valeur espérée de la décision de compléter ou non le puits VEGA-3 conditionnellement au niveau des prix actuels P_0 et à l'information disponible I_0 sur les réserves. Dans le but d'alléger le schéma 1, une expression

symbolique est utilisée pour représenter la valeur des puits VEGA-1 et VEGA-3. Cette expression se résume par le schéma 2.

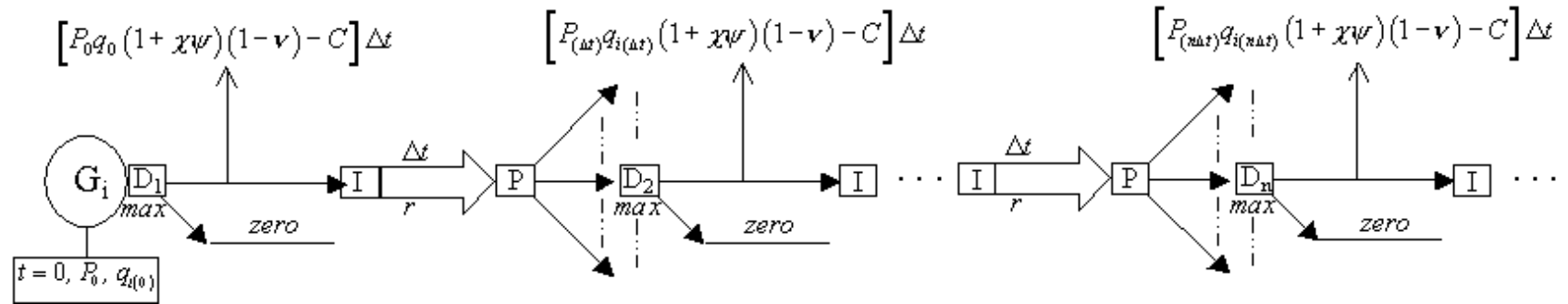
À chaque instant, le gestionnaire devra choisir entre produire ou non sur la base de l'observation du prix du gaz et du niveau observé des réserves. Si les coûts d'arrêt et de redémarrage de la production sont négligeables, il y aura production seulement quand les revenus excèderont les coûts. Les revenus totaux combinent les revenus du gaz au temps t , $P(t)q(t)$, et les revenus des liquides $(P(t)\psi)(q(t)\chi)$; la règle veut donc : $P(t)q(t)(1 + \chi\psi)(1 - \nu) > C$. La fonction-objectif du gestionnaire est ainsi :

$$\text{Max}\{P(t)q(t)(1 + \chi\psi)(1 - \nu) - C, 0\}.$$
⁶

Par conséquent, à $t = 0$, la valeur de chaque décision de produire ou non à la période t est équivalente à une option de type « call européen » avec une durée de t , un prix d'exercice égal aux coûts de production et un sous-jacent donné par le revenu provenant de la vente du gaz. La valeur du puits VEGA-3 est donc la somme des valeurs de chaque décision (option) de produire de $t = 0$ jusqu'à $t \rightarrow \infty$, la production devenant nulle après un nombre aléatoire d'années.

⁶ Si on remplace du propane, la fonction revenus est $P(t)\psi q(t)(1 + \chi)(1 - \nu)$.

Schéma 2 : Exploitation d'un puits de type VEGA



En résumé : au temps $t = 0$, NCG doit prendre la décision de forer ou d'abandonner le projet VEGA-3. La valeur d'initier le forage dépend de la valeur de l'option de mettre le puits VEGA-3 en production et de l'option de produire le gaz de VEGA-1. Pour sa part, la valeur de l'option de mettre VEGA-3 en production dépend de l'information (en $t = 0$) sur le niveau des prix et sur le niveau des réserves ainsi que sur la valeur de l'option de produire le gaz de VEGA-3 à chaque période.

Il est important de noter ici que le support de la distribution des niveaux de réserve économiquement rentables ne doit pas seulement comprendre les niveaux de réserve pour lesquels le puits est rentable au prix moyen du gaz. En effet, puisqu'il y a incertitude sur les prix, il se peut qu'à la fin du forage le prix ait augmenté de façon à ce que des niveaux de réserve non rentables au prix moyen le soient au niveau de prix effectivement réalisé, rendant ainsi optimale la décision de mettre le puits en service. Par conséquent, le niveau de réserve minimum du support de la distribution doit dépendre de contraintes physiques seulement car sinon, on risque de sous-évaluer la valeur du projet.

Hypothèses et valeur des paramètres

Nous avons montré que la valeur d'un puits productif de type VEGA peut se décomposer en une série d'options de production. En effet, si les coûts d'interrompre et de redémarrer la production sont négligeables, le gestionnaire produit seulement quand le revenu est supérieur aux coûts. Nous allons montrer dans la prochaine section qu'ignorer l'option d'interrompre et redémarrer est équivalent à considérer que le gestionnaire continue à produire même lorsque le revenu net réalisé est négatif. L'hypothèse que la production peut être interrompue à coût presque nul est très importante. En effet, si arrêter et redémarrer la production engendre des coûts non négligeables, la valeur critique (*trigger*) des revenus nets au dessous de laquelle il est préférable d'arrêter la production devrait être inférieure à 0 : avant de décider et d'encourir les coûts d'arrêter la production, on voudra s'assurer que les revenus nets seront fort probablement négatifs pour un certain temps.

Dans le cas de VEGA, le coût de production est essentiellement celui de transporter le gaz du site d'extraction jusqu'au client. En principe, quand les revenus sont insuffisants, le gaz devrait être

gardé en réserve et être extrait et vendu quand il est rentable de le faire. Par contre, dans le but de simplifier la présentation de notre modèle de base et afin d'obtenir une solution analytique au problème d'optimisation sous-jacent, nous supposons qu'il est impossible d'arrêter de produire mais qu'il est possible de ne pas livrer le gaz si le revenu net ainsi obtenu est trop faible. En d'autres termes, nous supposons que le stockage du gaz est impossible. Puisque le coût de transport est le coût majeur de production, nous n'enregistrons pas de ventes lorsqu'il n'est pas avantageux de livrer le gaz.

Cette simplification a pour effet de **sous-estimer** la valeur réelle du puits car le gaz non livré est simplement « brûlé » au lieu d'être « stocké » pour être vendu à une période ultérieure. Relâcher cette hypothèse, c'est-à-dire permettre le transfert du gaz d'une période à une autre, aura comme effet d'augmenter la valeur du puits. Nous avons procédé à des simulations pour évaluer l'importance de la sous-estimation de la valeur ainsi obtenue.

Finalement, pour l'évaluation de VEGA, nous supposons que les coûts de forage sont parfaitement prévisibles et qu'un processus de retour à la moyenne caractérise l'évolution du prix du gaz. Nous prenons comme prix de départ et prix moyen à long terme 12\$/mcf et les revenus provenant des liquides sont, avec $\chi = 0,01$ et $\psi = 2,915$, toujours 0.0292 fois ceux du gaz. Nous n'avons pas estimé les paramètres du processus de prix; nous avons plutôt choisi de procéder à une analyse de sensibilité sur la volatilité du prix et sur la force du mouvement de retour à la moyenne. Pour la période de production constante au départ et le déclin par la suite du niveau de production, nous les supposons déterministes.

Le coût et la durée du forage de VEGA-3 sont respectivement de 1 200 000\$ et 45 jours, le coût de production (transport) de base est de 342\$/jour, les royautés sont de 10% des revenus et nous supposons que le temps nécessaire pour mettre le puits en service est négligeable et que les équipements n'ont aucune valeur résiduelle.⁷ Le tableau suivant résume les informations propres à chaque puits :

⁷ Si les équipements ont effectivement une forte valeur résiduelle, il est important d'inclure dans une évaluation plus exhaustive l'option d'abandonner le puits en échange de la valeur résiduelle des équipements.

TABLEAU 3 : CARACTÉRISTIQUES DES PUIITS VEGA-1 ET VEGA-3

	<u>Probabilité</u>	<u>Production de départ (mcf/an)</u>	<u>Plateau de production (années)</u>	<u>Taux de déclin (%)</u>	<u>Coût mise en service (\$)</u>
VEGA-1	100%	47 450	10	6	1 500 000
VEGA-3					
scénario 1	90%	0	-	-	-
scénario 2	5%	73 000	3	4.6	450 000
scénario 3	2.5%	116 435	4	5.5	450 000
scénario 4	1.5%	174 835	4	6	900 000
scénario 5	0.5%	232 870	4	5.9	900 000
scénario 6	0.3%	291 270	4	5.8	1 350 000
scénario 7	0.15%	352 955	4	5.5	1 350 000
scénario 8	0.05%	482 530	4	5.6	2 700 000

Tel que mentionné ci haut, les deux principaux avantages de la méthodologie des options réelles sont :

1. la possibilité de d'inclure dans le processus d'évaluation la valeur de la flexibilité de s'adapter à une situation changeante,
2. un cadre structuré pour utiliser au maximum l'information reflétant le consensus du marché (exprimé par les prix d'actifs transigés) quant au risque et à la valeur du projet permettant ainsi d'éviter l'utilisation d'un taux d'actualisation qui ne reflète pas nécessairement le risque réel du projet. Bref, les options réelles permettent d'appliquer à des projets d'investissement la méthode Black-Scholes-Merton, la pierre angulaire de l'évaluation des produits dérivés.⁸

Dans l'immédiat, il est difficile de trouver ou de justifier l'existence d'actifs transigés qui sont suffisamment liés à VEGA pour donner une information de marché fiable sur le risque et la valeur du projet. Par conséquent, nous utilisons un taux d'actualisation subjectif qui fait l'objet

⁸ Dans le cas d'un projet individuel, le problème avec un taux d'actualisation ajusté pour le risque est qu'il est souvent estimé en utilisant des rendements d'entreprise qui sont de la même industrie mais où le risque de l'entité n'est pas nécessairement celui du projet individuel.

d'une analyse de sensibilité. Dans ce cas, le travail sert à souligner l'importance et la valeur relative de la flexibilité dans les projets.

4. Résultats

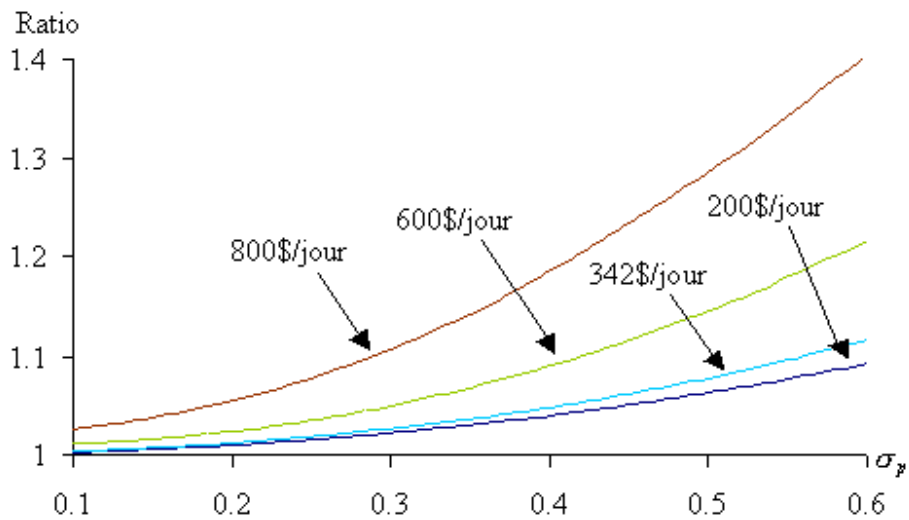
Avant de commenter l'évaluation options réelles du projet VEGA, nous analysons dans un premier temps l'importance de l'option d'interrompre la production en comparant sa valeur à celle calculée selon un scénario moyen sans interruption. Mentionnons que le même type d'analyse s'applique à une centrale électrique de pointe où le maximum entre zéro et le « *spark spread* » diminué du coût de mise en service est l'équivalent de notre fonction-objectif de production et de transport.⁹

Le graphique 3 ci-dessous met en relation, pour le puits VEGA-1 seulement,

- ❖ le ratio entre A/B, où A mesure la valeur options réelles des flux de revenus nets (non diminué du coût d'investissement) et B mesure la valeur actualisée des flux de revenus nets basé sur le scénario moyen; la valeur A prend en considération la gestion du puit en fonction des fluctuations dans le prix de vente du gaz contrairement à la valeur B obtenue pour un prix fixé à sa valeur moyenne (12\$/mcf).
- ❖ la volatilité du prix du gaz
- ❖ divers niveaux du coût de transport.

⁹ Le «*spark spread*» est la différence entre le prix de l'électricité et celui du combustible nécessaire à la production d'une unité d'électricité.

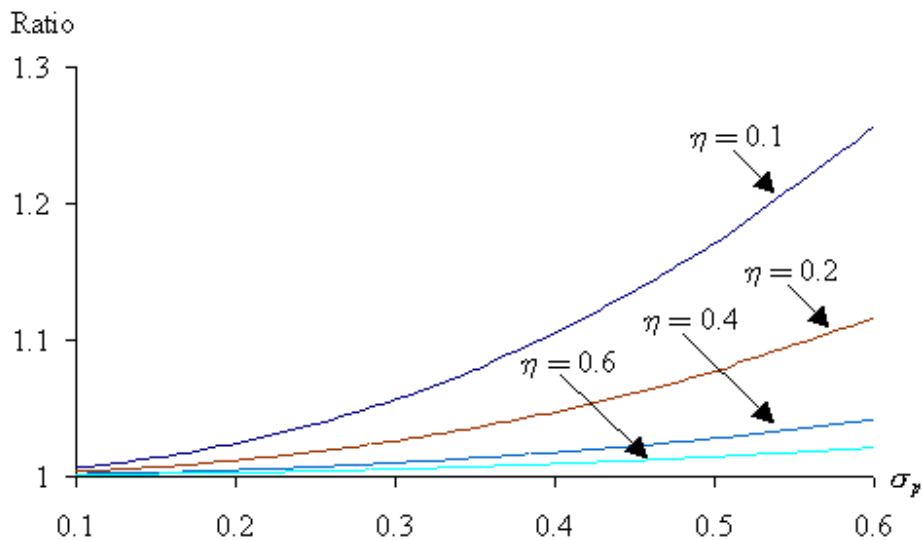
Graphique 3 :
Ratio A / B d'un puits de type VEGA
en fonction du niveau de volatilité des prix σ_p ,
pour $\eta = 0.2$ et différents coûts de production C
(numérateur A.17, dénominateur A.24)



Le graphique 4 ci-dessous illustre, pour le puits VEGA-1 seulement, la relation qui existe entre

- ❖ le même ratio A/B,
- ❖ la volatilité du prix du gaz
- ❖ diverses valeurs de la force du retour à la moyenne dans les prix.

Graphique 4 :
Ratio A / B d'un puits de type VEGA
en fonction du niveau de volatilité des prix σ_p ,
pour $C = 342\$$ et différentes forces de retour à la moyenne η
(numérateur A.17, dénominateur A.24)



Dans tous les cas, la valeur options réelles est supérieure à la valeur calculée sur la base du scénario moyen et cet écart s'accroît avec la volatilité du prix du gaz. En effet, une plus grande volatilité augmente, ceteris paribus, le potentiel de revenus sans toutefois accroître le niveau des pertes car le gestionnaire a l'option d'interrompre la production. En combinant les résultats des graphiques 3 et 4, nous observons que la valeur options réelles A est sensiblement plus élevée que B qui mesure la valeur actualisée des revenus nets basés sur le scénario moyen sans interruption.

En examinant le graphique 3, on voit que l'écart s'amplifie avec le coût de production (transport) car le domaine où il n'est pas rentable de produire s'élargit. Dans ce cas, la valeur de l'option d'arrêter la production devient plus importante. Le même phénomène se produit quand on diminue la force du retour à la moyenne (graphique 4) car les situations défavorables sont plus persistantes et la valeur d'arrêter la production dans ces situations est plus grande.

L'option d'arrêter et de redémarrer la production est un des nombreux exemples de la disparité qui existe entre la VAN et la VOR basée sur la gestion active du projet. En reconnaissant qu'il est

préférable de ne pas produire, ou plus précisément de ne pas livrer le gaz, si le revenu net de la vente est trop faible, la valeur calculée du projet peut augmenter significativement. Utiliser pour l'évaluation et la prise de décision un scénario moyen basé sur une gestion passive sous-optimale a pour conséquence de sous-estimer la valeur du projet.

La valeur options réelles du projet VEGA

Nous avons calculé la valeur options réelles VOR du projet VEGA avec des taux d'actualisation de 5%, 10%, 12%, 15% et 20%. Cette valeur VOR est une valeur nette du coût d'investissement. Nous présentons deux ensembles de résultats : pour le cas où la production remplace uniquement de l'huile à chauffage; pour le cas où une production supérieure à 500 mcf par jour est vendue comme substitut au propane. Pour obtenir la valeur options réelles du projet VEGA, nous supposons dans un premier temps, pour simplifier l'analyse, que :

- ❖ le prix du gaz auquel sera vendue la production suit un processus aléatoire de type retour à la moyenne (voir annexe) : la volatilité du prix σ_p et la force du retour à la moyenne η peuvent prendre différentes valeurs (étude de sensibilité);
- ❖ une fois en opération, l'extraction du gaz ne peut pas être interrompue mais le gestionnaire a la flexibilité de ne pas livrer le gaz si le prix de vente est inférieur au coût de production (essentiellement le coût de livraison), auquel cas le gaz ne peut être stocké et est donc simplement brûlé à la sortie du puits;
- ❖ la quantité produite est constante pendant un certain nombre d'années pour ensuite décliner exponentiellement de manière déterministe (voir tableau 3).

On pourrait supposer que le puits puisse être complètement fermé dans les périodes où le prix du gaz ne justifie pas son exploitation, auquel cas, le déclin serait reporté. On pourrait également considérer que le déclin est aléatoire (voir graphique 1). Cela permettrait de peaufiner l'analyse et augmenterait la valeur du projet. Ainsi, la valeur VOR calculée et rapportée dans les tableaux ci-dessous est une valeur sous-estimée.

Les résultats sont présentés aux tableaux 4, 5 et 6 pour une volatilité du prix du gaz σ_p allant de 10% à 60% et un paramètre de retour à la moyenne η allant de 0.1 à 0.6. Mentionnons que pour les taux d'actualisation de 15 et 20%, la valeur VOR du projet VEGA est toujours négative.

Tableau 4a
Valeur VOR du projet VEGA
(remplacement d'huile à chauffage et actualisation à 5%)
en fonction de la volatilité (lignes)
et de la valeur du paramètre de retour à la moyenne (colonnes)
(premier élément de l'équation A.26)

	0.1	0.2	0.4	0.6
10%	307 790	298 860	293 240	290 240
15%	363 580	342 170	331 290	326 760
20%	415 290	381 520	362 730	356 370
25%	458 820	412 570	386 130	376 990
30%	498 960	436 780	403 510	391 570
35%	540 060	457 200	416 500	402 200
40%	585 000	476 770	426 820	410 410
45%	635 400	497 460	435 900	417 240
50%	692 160	520 400	444 770	423 380
55%	755 740	546 120	454 110	429 300
60%	826 460	574 810	464 340	435 330

Tableau 4b
Valeur VOR du projet VEGA
(remplacement de propane et actualisation à 5%)
en fonction de la volatilité (lignes)
et de la valeur du paramètre de retour à la moyenne (colonnes)
(premier élément de l'équation A.26)

	0.1	0.2	0.4	0.6
10%	313 210	303 970	297 870	294 480
15%	388 290	365 920	353 810	348 280
20%	454 910	419 810	399 520	392 010
25%	507 790	459 980	431 990	421 730
30%	553 380	489 360	454 550	441 570
35%	597 570	512 470	470 160	454 880
40%	644 430	533 420	481 680	464 310
45%	696 290	554 900	491 300	471 640
50%	754 410	578 410	500 430	477 980
55%	819 440	604 680	509 960	484 010
60%	891 760	633 950	520 370	490 120

L'évaluation interne de NCG donnait une VPN à un taux de 5% de 102 530\$. Bien que les valeurs des tableaux 4a et 4b ne soient pas totalement comparables à l'évaluation interne de NCG, l'ordre de grandeur de la différence est significatif. La différence est due à la valeur de la flexibilité de gestion sous-jacente au tableaux 4a et 4b et à la durée de vie du projet, fixée à 10 ans pour l'évaluation interne et à l'épuisement des réserves dans notre cas. Tel qu'attendu, si on remplace du propane pour une production supérieure à 500 mcf par jour la valeur augmente.

Tableau 5a
Valeur VOR du projet VEGA
(remplacement d'huile à chauffage et actualisation à 10%)
en fonction de la volatilité (lignes)
et de la valeur du paramètre de retour à la moyenne (colonnes)
(premier élément de l'équation A.26)

	0.1	0.2	0.4	0.6
10%	-61 899	-59 856	-60 109	-59 920
15%	-36 819	-35 705	-39 300	-40 441
20%	-5 157	-14 457	-21 738	-23 980
25%	22 660	1 870	-9 611	-12 996
30%	47 440	14 990	-1 376	-6 078
35%	72 280	26 770	4 520	-1 732
40%	99 390	38 730	9 370	1 310
45%	129 960	51 820	14 050	3 870
50%	164 560	66 540	19 060	6 420
55%	203 550	83 120	24 680	9 190
60%	247 190	101 670	31 040	12 300

Tableau 5b
Valeur VOR du projet VEGA
(remplacement de propane et actualisation à 10%)
en fonction de la volatilité (lignes)
et de la valeur du paramètre de retour à la moyenne (colonnes)
(premier élément de l'équation A.26)

	0.1	0.2	0.4	0.6
10%	-57 410	-56 420	-57 000	-57 080
15%	-18 410	-19 710	-24 170	-26 000
20%	22 480	11 280	2 950	-90
25%	55 870	33 690	21 130	16 960
30%	83 980	50 240	32 800	27 370
35%	110 790	63 820	40 440	33 500
40%	139 170	76 730	46 110	37 370
45%	170 730	90 390	51 170	40 270
50%	206 270	105 540	56 380	42 970
55%	246 260	122 550	62 160	45 820
60%	291 000	141 560	68 670	49 020

La différence entre les données des tableaux 5a et 5b et l'évaluation interne à 10% (-87 006\$) dépend principalement de la valeur de la flexibilité mais aussi des hypothèses différentes quant à la durée de vie. Si on compare les tableaux 1, 5a et 5b, on s'aperçoit qu'à un taux d'actualisation de 10%, la valeur VOR est positive pour plusieurs couple de valeurs (raisonnables) de la volatilité et de la force du retour à la moyenne alors que la VPN calculée par NCG pour le scénario moyen est négative (à -87 006\$). De plus, si on compare les tableaux 5a et 5b, inclure la possibilité de substituer du propane amène 6 revirements positifs de signes dans la VOR.

Tableau 6a
Valeur VOR du projet VEGA
(remplacement d'huile à chauffage et actualisation à 12%)
en fonction de la volatilité (lignes)
et de la valeur du paramètre de retour à la moyenne (colonnes)
(premier élément de l'équation A.26)

	0.1	0.2	0.4	0.6
10%	-164 690	-163 100	-165 390	-166 390
15%	-145 580	-140 040	-144 790	-147 020
20%	-116 640	-120 740	-128 040	-131 020
25%	-90 820	-106 360	-116 710	-120 410
30%	-68 910	-94 990	-109 210	-113 770
35%	-47 810	-84 860	-103 940	-109 660
40%	-25 040	-74 600	-99 660	-106 850
45%	6 700	-63 360	-95 560	-104 540
50%	29 930	-50 680	-91 200	-102 300
55%	63 020	-36 330	-86 320	-99 890
60%	100 160	-20 220	-80 790	-97 190

Tableau 6b
Valeur VOR du projet VEGA
(remplacement de propane et actualisation à 12%)
en fonction de la volatilité (lignes)
et de la valeur du paramètre de retour à la moyenne (colonnes)
(premier élément de l'équation A.26)

	0.1	0.2	0.4	0.6
10%	-160 390	-160 070	-162 640	-163 880
15%	-128 160	-125 920	-131 440	-134 290
20%	-91 450	-98 040	-106 270	-109 960
25%	-61 240	-78 320	-89 630	-94 020
30%	-36 660	-63 930	-79 100	-84 310
35%	-13 910	-52 220	-72 310	-78 630
40%	9 950	-41 120	-67 300	-75 100
45%	36 540	-29 370	-62 860	-72 490
50%	66 620	-16 290	-58 310	-70 110
55%	100 590	-1 560	-53 280	-67 610
60%	138 700	14 980	-47 610	-64 840

Encore une fois, les calculs rapportés au tableaux 4, 5 et 6 sous-estiment, à notre avis, la véritable valeur VOR du projet VEGA.

Pour estimer l'importance de l'hypothèse selon laquelle il est impossible d'arrêter de produire mais possible de ne pas livrer le gaz, nous avons simulé sur une période de 40 ans l'exploitation du scénario 2 du tableau 3 en supposant que le gestionnaire du puits peut décider de produire ou non au début de chaque semaine et qu'il est possible de stocker quand il n'y pas de production.¹⁰ Tel qu'attendu, la valeur du puits avec stockage est toujours supérieure à celle où il est seulement possible d'interrompre la production. Cependant, dans le cas de VEGA, cette différence est négligeable puisqu'elle est au maximum de 1% dans l'intervalle de confiance à 95% pour le prix du gaz. Ce phénomène s'explique en partie par le profil de coûts et de réserves de VEGA ainsi que

¹⁰ Pour réaliser cet exercice nous avons généré 100 000 trajectoires de prix pour s'assurer que le résultat de la simulation soit comparable à celui calculé analytiquement.

par le prix de vente moyen du gaz. Ces facteurs font que les coûts dépassent les revenus principalement tard dans la vie du puits ce qui implique un effet négligeable sur la valeur actualisée. Par contre, il se pourrait que l'omission soit beaucoup plus importante pour un puits avec des profils de coûts et de réserves différents. Dans ce cas, il serait important de mettre l'énergie nécessaire à la modélisation de l'exploitation optimale.

Il se pourrait aussi qu'extraire et vendre le gaz soit optimal seulement quand les revenus dépassent les coûts par une marge positive. En effet, même si les revenus nets sont supérieures à zéro aujourd'hui, il se peut qu'attendre que les revenus augmentent davantage soit souhaitable, aux dépens des revenus immédiats, rendant ainsi l'option de produire équivalente à une option de type « call américain ». Nous avons vérifié ce phénomène en calculant la valeur du puits avec stockage pour différentes marges et nous obtenons des marges positives qui donnent une valeur de puits supérieure au cas de base.

Par contre, à cause du prix de vente moyen relativement élevé (12\$/mcf) et dû au fait que le prix suit un processus de retour à la moyenne, l'augmentation de la valeur qui résulte de cette politique de gestion n'est pas très importante (0.1% pour un prix de départ de 12\$/mcf dans le scénario 2 du tableau 3 et 3% pour un prix de départ de 2\$/mcf et le même scénario). Avec la possibilité de retarder la production, le défi est de trouver le compromis optimal entre des revenus anticipés plus élevés mais plus éloignés dans le temps (VA plus faible). Puisque avec un retour à la moyenne, le prix courant est toujours attiré vers son prix équilibre à long terme, le coût de retarder les revenus a tendance à l'emporter. Si nous avions utilisé, à la place du retour à la moyenne, un mouvement brownien géométrique avec une tendance à la hausse, il est fort probable que le gain aurait été significativement plus grand. Mais encore faut-il pouvoir justifier une tendance à la hausse dans le prix réel du gaz, ce qui évidemment pourrait être le cas, en particulier durant certaines périodes spécifiques limitées mais pouvant comprendre plusieurs années.

5. Autres options

À la section précédente, nous avons calculé la valeur de l'option de forer le puit VEGA-3 en nous appuyant uniquement sur le scénario de développement fourni par NCG et en supposant que seul le prix du gaz était incertain. D'après ce scénario, la décision de forer ou non et la décision de mettre le puits en production ou non devait être prise sans délai. À chacun des deux nœuds de décision, les états possibles sont :

- ❖ la VAN de l'étape (nœud) est nulle ou positive,
- ❖ la VAN de l'étape (nœud) est négative.

Dans le premier cas, le critère de la VAN amène le décideur à débiter ou continuer le projet et dans le deuxième cas à l'abandonner car il est sans valeur. Cependant, s'il y a incertitude et si à chaque nœud de décision on a la possibilité de reporter temporairement l'investissement, la stratégie prescrite par la VAN peut être sous-optimale. Voyons pourquoi.

Même si la VAN est positive, il se peut qu'il soit optimal d'attendre avant d'investir car le passage du temps révèle de l'information supplémentaire sur l'état du marché. L'arrivée d'informations permet au gestionnaire de gagner plus d'assurance quant à la rentabilité positive ou non de son projet. Puisqu'il a la possibilité d'attendre avant d'agir, il peut éviter pendant un certain temps de se lancer dans une aventure qui présente des risques de revirements élevés. La valeur de l'option d'attendre (*timing*) avant d'investir est positivement liée au niveau d'incertitude dans les prix et au degré d'irréversibilité des dépenses en capital. En effet, s'il est possible de récupérer la totalité des sommes investies (réversibilité parfaite de l'investissement), il n'est pas nécessaire d'attendre car le capital investi pourra être transféré sans coûts à des activités plus rentables si le projet s'avère négativement affecté par l'évolution de l'environnement.

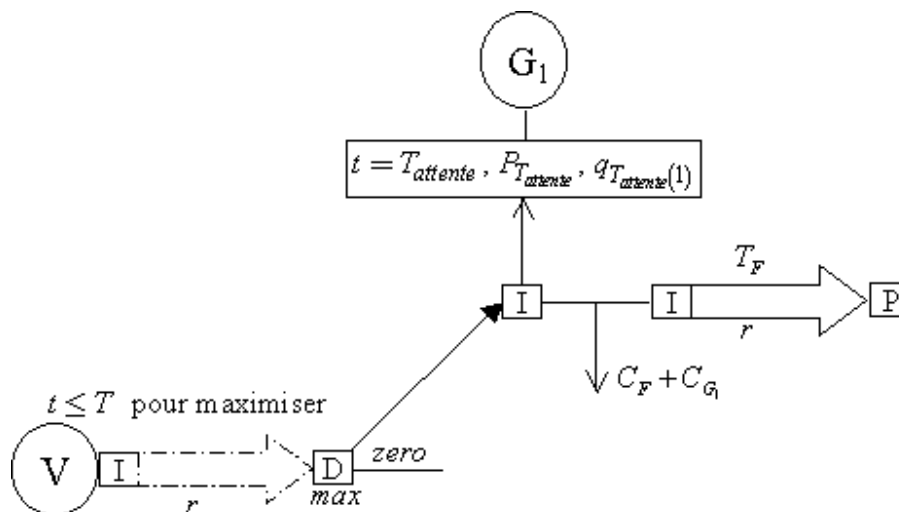
Quand la VAN est initialement positive, le coût d'attendre est égal à la valeur des flux monétaires qui seraient autrement réalisés pendant la période d'attente. La méthodologie des options réelles permet de maximiser la valeur du projet en effectuant un arbitrage optimal entre le coût et le bénéfice d'attendre.

Dans le deuxième cas, la VAN est initialement négative mais l'option d'attendre peut quand même avoir une valeur car il est possible qu'un revirement favorable dans l'avenir incite le gestionnaire à investir dans le projet. Il est donc important de ne pas abandonner un projet avant son échéance simplement parce que la VAN est négative. La meilleure stratégie est de procéder à une évaluation options réelles du projet car la valeur (positive) des options qu'il comprend peut être supérieure à la valeur (négative) identifiée par la VAN. Mentionnons que si la fenêtre de report est limitée, la VAN redevient le critère optimal au moment où retarder l'investissement n'est plus possible.

Il est important de noter que la valeur de l'option d'attendre peut être nulle si des considérations stratégiques forcent la firme à agir rapidement à cause du risque de préemption par un concurrent. Dans un environnement réactif, la méthodologie des options réelles doit être combinée à une analyse industrielle stratégique.

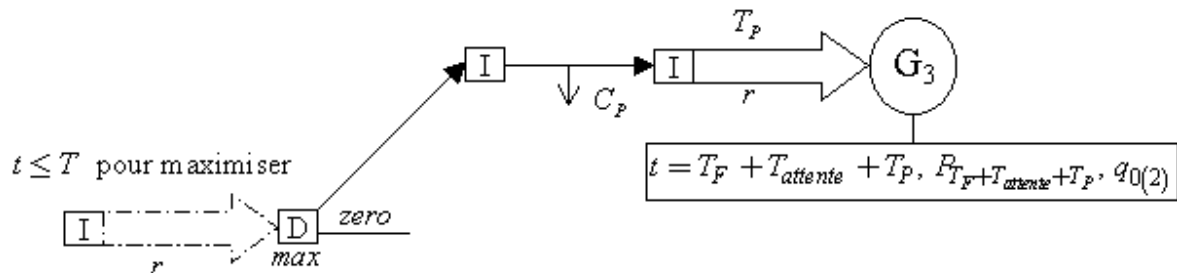
Pour l'option VEGA, si on admet qu'il est possible de retarder la décision de forer, on modifie le schéma 1 en ajoutant le bloc 5 ce qui donne pour la première partie du schéma 1 :

Schéma 3 : Ajout dans le schéma 1 de l'option de retarder le forage pendant T années



Si on a par ailleurs l'option de retarder la mise en production du puits, on a pour la dernière partie du schéma 1 :

Schéma 4 : Ajout dans le schéma 1 de l'option de retarder la mise en production pendant T années



Afin d'illustrer numériquement l'importance de l'option d'attendre avant d'investir, nous reprenons certaines des informations de l'évaluation précédente et nous calculons la valeur de l'option d'attendre avant de mettre le puits en production.¹¹ Pour l'option de mettre le puits en production, nous reprenons l'exemple du puits VEGA-1 comme si nous étions à la fin de son forage. Supposons de plus que :

- ❖ le taux d'actualisation est de 20%,
- ❖ le prix moyen est de 12\$/mcf,
- ❖ l'écart type du processus de prix est de 35%,
- ❖ le paramètre de retour à la moyenne est de 0.2,
- ❖ le coût de transport est de 575\$/jour et non 342\$/jour,
- ❖ le coût des installations et de la mise en service du puits est de 1 500 000\$,
- ❖ il est possible de retarder la mise en service jusqu'à T années après le forage.

Dans ce contexte, si le prix du gaz est de 10\$/mcf (sous la moyenne à long terme) à la fin du forage, la VAN du projet de mise en production est négative (-142 160\$) et conformément à ce résultat, le projet devrait être abandonné.¹² Par contre, si le gestionnaire a l'option d'attendre avant d'investir dans la mise en production, la valeur du projet à la fin du forage devient positive. En effet, puisque les prix sont volatils (écart-type de 35%), il y a une probabilité non négligeable que les prix augmentent suffisamment pendant la période d'attente pour justifier l'investissement. Pour un prix actuel de 10\$/mcf, la valeur de l'option de timing dans la mise en production est égale à la fin du forage à 134 130\$ si on peut procéder à la mise en production au cours des 2

¹¹ Voir en annexe les détails de la méthode de calcul.

¹² Dans ce cas, la VAN est positive pour un prix supérieur à 11.22\$/mcf.

prochaines années ($T=2$), 143 170\$ si on peut procéder au cours des 3 prochaines années et atteint 146 980\$ si on peut procéder dans les 4 prochaines années.¹³ Ainsi, la valeur de cette option atteint respectivement 276 290\$, 285 330\$ et 289 140\$, des sommes fort significatives dans le cadre du projet VEGA.

L'analogie entre la valeur de l'option d'attendre et une option de type « call américain » est intéressante car elle permet en quelque sorte de valider en référence à un marché organisé et liquide cette idée à l'effet que le projet a une valeur positive même si sa VAN est présentement négative. Par exemple, le 8 décembre 2003 à l'ouverture des marchés, les actions de la compagnie EnCana se transigeait à un prix de 38.52\$US et en même temps, il y avait en circulation des options qui permettaient d'acheter, jusqu'au 20 décembre 2003, l'action à un prix d'exercice de 40\$US. Même si le 8 décembre 2003 la différence entre le prix d'exercice et la valeur de l'action était de 1.48\$US, ces options se transigeaient un prix de 0.20\$US chacune. Dans le cas de VEGA, la valeur marchande de l'action est analogue à la valeur actualisée des flux monétaires provenant de l'exploitation du puits et le prix d'exercice de l'option est analogue au coût de mettre le puits en production.

En plus de l'option d'attendre avant d'investir, il est possible d'identifier d'autres options à l'intérieur du processus menant à l'exploitation du puits VEGA-3. Puisque des options semblables se retrouveront dans le projet « BenGulf », elles seront décrites à la section suivante.

¹³ Voir annexe pour les détails de la méthode.

6. Options Réelles : Le cas du projet BenGulf

Les projets d'exploration, de développement et de production de gaz naturel font intervenir une multitude d'options réelles souvent interreliées. Il n'est donc pas surprenant de constater que dans bien des cas, ces projets d'investissement ont été des exemples privilégiés d'application de la méthodologie des options réelles. Les principales, mais non les seules, options en cause sont :

- ❖ les options de timing pour l'exploration, le développement et la production;
- ❖ les options d'expansion (ajouter des puits productifs à la structure actuelle) ou de contraction du projet;
- ❖ les options de suspension momentanée des opérations (d'exploration, de développement, de production);
- ❖ les options d'abandon du projet en cas de conditions défavorables (abandon pendant l'exploration, le développement ou la production);
- ❖ l'option d'investir dans de l'information supplémentaire pendant le forage.

En général, une entreprise d'exploration et de production (E&P) de gaz naturel ou de pétrole doit réaliser dans un environnement très volatil (volatilité au niveau des prix et incertitude au niveau des coûts et des réserves) les étapes suivantes : l'exploration de nouvelles réserves; le développement de ces réserves (installation des équipements nécessaires à la production et au transport); la production continue ou interrompue, et éventuellement l'abandon (fermeture définitive, i.e. échange de la valeur de la production future contre la différence entre les coûts de fermeture et la valeur résiduelle des équipements).

Dans l'esprit des options réelles, chaque étape constitue un projet en soi puisque l'exécution d'une étape n'implique pas nécessairement la réalisation de la suivante et cette maxime doit guider le processus d'évaluation et de prise de décision. Ainsi, les décisions apparaissent en séquence mais l'évaluation du projet met à contribution chacune des étapes. L'évaluation porte donc sur l'option de prendre telle ou telle décision dans l'avenir, c'est-à-dire la possibilité mais non l'obligation de prendre certaines décisions.

En effet, un projet évalué en bloc peut paraître au départ non rentable puisque qu'on suppose implicitement que l'on s'engage à réaliser tous les phases, et ce, peu importe l'évolution du marché ou plus généralement de l'environnement de l'entreprise. Comparativement à l'approche des options réelles, le risque de cette stratégie est beaucoup plus élevé car elle fait fi de la capacité réelle que peut avoir l'entreprise de s'ajuster continuellement à un environnement changeant. L'évolution de l'environnement de l'entreprise fait référence ici à la modélisation des processus stochastiques pertinents pour chacune des variables aléatoires critiques caractérisant cet environnement, comme par exemple le prix du gaz ou du pétrole, les coûts de forage et le niveau des réserves.

Dans le cas du projet BenGulf, la valeur des options réelles relatives aux moments (timing) opportuns de démarrer les différentes phases du projet (exploration, développement et production) ainsi que la valeur des options relatives aux possibilités d'expansion, de contraction, de suspension et d'abandon pourrait avoir a priori un impact majeur sur la valeur globale du projet et sur la décision d'aller de l'avant avec la première phase. Plus grande est ou sera la flexibilité de l'entreprise à s'ajuster à un environnement changeant, plus grande sera la valeur du projet.

7. Annexes

La méthode des options réelles utilise *mutatis mutandis* toutes les mathématiques de la finance. En effet, les techniques financières standard ne peuvent pas toujours être appliquées directement dans le contexte des options réelles. Les raisons les plus importantes sont à l'effet que :

- ❖ les risques du monde réel ne peuvent pas toujours être reproduits par les instruments du marché si bien que les méthodes d'équilibre telles que la méthode de Black-Scholes-Merton ne sont pas directement applicables;
- ❖ les données sur les actifs sous-jacents (valeur du projet) ne sont pas disponibles sous une forme aussi pratique que les données financières;
- ❖ l'identification des options disponibles nécessite souvent des analyses qui font appel à d'autres domaines de l'économie, ainsi qu'à d'autres disciplines en gestion, organisation, ingénierie, etc.

C'est pour ces raisons que la gamme des procédures et techniques utilisées dans le contexte des options réelles est typiquement plus large celle des procédures et techniques utilisées dans le contexte des options financières. On fait couramment appel aux arbres décisionnels avec optimisation des décisions aux différents nœuds ou encore à la programmation dynamique stochastique, généralement appliquée avec des doses importantes de théorie économique et de calcul numérique. La programmation dynamique stochastique, en tant qu'outil mathématique, représente bien l'esprit des options réelles: elle cherche la maximisation d'une fonction de valeur stochastique qui peut être interprétée comme la valeur de l'entreprise ou du projet; cette valeur dépendant de décisions qui doivent être prises de façon optimale dans l'avenir une fois réalisés et observés certains événements encore inconnus et une fois connues certaines informations que le décideur ignore au moment de l'évaluation. C'est un outil d'optimisation très largement utilisé dans plusieurs domaines de gestion (la gestion de stocks par exemple), si bien que les options réelles peuvent être à la portée de nombreux gestionnaires, ingénieurs et analystes avec une formation minimale en finance, recherche opérationnelle et/ou économie industrielle.

Dans le cadre d'une approche par la programmation dynamique stochastique, l'analyste doit identifier chaque étape et caractériser chaque décision en termes de ses effets probables sur les variables d'état, de ses coûts, de son contenu informationnel, de ses degrés de réversibilité ou de flexibilité. De telles informations sont généralement très spécifiques à un projet donné de sorte que chaque projet nécessite généralement un investissement important en collecte et analyse de données. Et l'analyse doit souvent aller au-delà des données. Une analyse industrielle complète peut s'avérer nécessaire lorsque les décisions sont vraiment stratégiques: la concurrence, la préemption, l'extraction de signaux, l'information asymétrique, etc. deviennent alors des questions clé.

Un autre outil important des options réelles est la simulation. Avec des données sur la demande passée ou sur les taux passés de remplissage des réservoirs, on peut générer des échantillons fictifs de trajectoires de demandes futures possibles et/ou de niveaux d'eau. Une nouvelle technique prometteuse consiste à faire de l'inférence économétrique à partir de tels échantillons fictifs.

Le temps continu

Pour la plupart des évaluations options réelles, on utilise, dans le but de simplifier les calculs, un cadre en temps continu où on suppose que :

- ❖ les décisions et les transactions peuvent être effectuées à chaque instant,
- ❖ l'intérêt est composé continuellement,
- ❖ les variables aléatoires peuvent changer à chaque instant,
- ❖ les revenus provenant d'un projet sont réalisés à chaque instant.

Dans ce qui suit, nous illustrons comment manœuvrer l'actualisation des flux monétaires quand les revenus du projet sont réalisés instantanément. Pour débiter, définissons la limite

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{m}\right)^m = e \quad (\text{A.1})$$

Si m est égal au nombre de périodes de capitalisation dans une année et si r est égal au taux d'actualisation, la valeur actualisée de 1\$ reçu dans t périodes quand le taux d'actualisation est composé m fois par années est égale à

$$VP = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{-mt} \quad (\text{A.2})$$

et si on définit $w = \frac{m}{r}$ et on remplace dans (A.2), on a

$$VP = \left[\left(1 + \frac{1}{w}\right)^w \right]^{-rt} \quad (\text{A.3})$$

En prenant la limite de (A.3) quand $m \rightarrow \infty$ ($m \rightarrow \infty \Rightarrow w \rightarrow \infty$) et en utilisant (A.1) on obtient

$$VP = e^{-rt} \quad (\text{A.4})$$

qui est égal à la valeur actualisée de 1\$ reçu dans t périodes avec un taux d'actualisation de r composé continuellement. Maintenant, si on définit $P(t)$ comme étant le niveau de flux monétaires à chaque instant t , la valeur actualisée de ces flux monétaires (VAFM) réalisés m fois par année jusqu'au temps T est égale à

$$VAFM = \sum_{i=1}^{mT} \frac{1}{m} P\left(\frac{i}{m}\right) \left[\left(1 + \frac{r}{m}\right)^m \right]^{-\frac{i}{m}}. \quad (\text{A.5})$$

Puisque l'expression (A.5) est continue, prendre la limite quand $m \rightarrow \infty$ est équivalent à supposer que les flux monétaires sont réalisés continuellement. En prenant la limite on obtient

$$\lim_{m \rightarrow \infty} VAFM = \lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^{mT} \frac{1}{m} P\left(\frac{i}{m}\right) \left[\left(1 + \frac{r}{m}\right)^m \right]^{-\frac{i}{m}} = \int_0^T P(t) e^{-rt} dt, \quad (\text{A.6})$$

où $dt = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m}, t \in (0,1]$ et (A.3) et (A.4) sont utilisés. Par conséquent, quand les flux monétaires sont réalisés continuellement, l'intégrale remplace la somme pour le calcul de la valeur actualisée des flux monétaires. Par exemple, si on a $P(t) = D$, (A.6) devient

$$D \int_0^T e^{-rt} dt = -\frac{D}{r} [e^{-rt}]_0^T = \frac{D}{r} (1 - e^{-rT}).$$

Processus aléatoires

Mouvement aléatoire du prix : un mouvement de retour à la moyenne (MRM)

Tel que mentionné, nous utilisons un processus de retour à la moyenne pour caractériser l'évolution du prix du gaz P . On retrouve dans la littérature sur les options et les options réelles plusieurs façons de modéliser un retour à la moyenne. L'important ici est de choisir un processus qui réplique l'effet désiré et qui mathématiquement se manipule bien.

Mentionnons qu'il existe des modèles à un ou plusieurs facteurs. Bien que plus complexes, les modèles à facteurs multiples offrent l'avantage d'une représentation plus juste des prix sur le marché nord-américain du gaz naturel. Par contre, puisque le marché de VEGA est totalement isolé, nous croyons qu'il vaut mieux choisir un processus simple qui représente quand même très bien l'effet de retour à la moyenne. Cependant, pour BenGulf, il serait probablement utile d'assumer les difficultés d'un modèle plus sophistiqué dans le but d'obtenir une meilleure représentation du marché nord-américain.

Nous avons donc choisi pour VEGA un modèle à un facteur qui se définit par l'équation différentielle stochastique suivante :

$$dY = \eta(\alpha - Y)dt + \sigma_Y dz_Y. \quad (\text{A.7})$$

où $Y = \ln P$ et α est la moyenne à long terme du logarithme du prix. Le paramètre η caractérise la force du retour à la moyenne : plus η est petit, plus les écarts entre le prix actuel et le prix moyen sont persistants. De plus, en écrivant l'espérance de (A.7) comme suit :

$$\frac{1}{(\alpha - Y_t)} \frac{dY}{dt} = \eta \quad (\text{A.8})$$

et en intégrant de t_0 (aujourd'hui) à t_1 , on obtient :

$$\ln \left(\frac{Y_{t_1} - \alpha}{Y_{t_0} - \alpha} \right) = -\eta(t_1 - t_0). \quad (\text{A.9})$$

Si on définit $(t_1 - t_0)$ comme étant la demi-vie espérée du processus, i.e. le temps moyen nécessaire pour réduire l'écart entre Y_{t_0} et α de 50%, on a $(Y_{t_1} - \alpha) = 0.5(Y_{t_0} - \alpha)$ qui donne la relation suivante entre η et la demi-vie espérée du processus MRM :

$$t_1 - t_0 = -\frac{\ln(0.5)}{\eta}.$$

À partir de (A.7), on peut démontrer qu'à $t = 0$ la distribution de Y_t est normale avec une moyenne $a = \alpha + (Y_0 - \alpha)e^{-\eta t}$ et une variance $b^2 = \frac{\sigma_Y^2(1 - e^{-2\eta t})}{2\eta}$. Par conséquent, la fonction de distribution de P_t est

$$f(P_t) = \frac{\sqrt{2\eta}}{P_t \sigma \sqrt{1 - e^{-2\eta t}}} \phi \left(\frac{\left[\log(P_t) - (\alpha + (\log(P_0) - \alpha)e^{-\eta t}) \right] \sqrt{2\eta}}{\sigma \sqrt{1 - e^{-2\eta t}}} \right) \quad (\text{A.10})$$

avec

$$E[P_t] = e^{a + \frac{b^2}{2}} \quad \text{et} \quad \text{Var}[P_t] = e^{2a + b^2} (e^{b^2} - 1).$$

Mouvement aléatoire de la production : un mouvement brownien géométrique (MBG)

Pour sa part, le processus suivi par le niveau de production q peut être caractérisé par le mouvement brownien géométrique

$$dq = -\mu_q q dt + \sigma_q q dz_q, \quad (\text{A.11})$$

où μ_q est le taux moyen de déclin, σ_q la variabilité et q la production aujourd'hui. Par contre, pour notre modèle, nous supposons que

$$\sigma_q = 0 \quad \text{et} \quad q(0) = q_0, \quad (\text{A.12})$$

ce qui donne pour le niveau de production

$$dq = -\mu_q q dt \Rightarrow q(t) = q_0 e^{-\mu_q t}. \quad (\text{A.13})$$

Puisque l'on a un plateau de production au début de l'exploitation, (A.13) devient

$$q(t) = q_0 e^{-(\mu_q(t-t_p))1_{\{t > t_p\}}}, \quad (\text{A.14})$$

où t_p est égal à la durée du plateau de production avec

$$\mathbf{1}_{\{t > t_p\}} = \begin{cases} 0 & \text{si } t \leq t_p \\ 1 & \text{si } t > t_p \end{cases}.$$

De manière plus générale, avec σ_q positif, un processus de MBG permet de reproduire avec seulement deux paramètres (tendance et volatilité) plusieurs phénomènes empiriques. Il est aussi possible avec ce processus de rendre aléatoire ou temporellement dépendants les paramètres de tendance et de volatilité (GARCH).

Valeur d'un puits productif

Le principal générateur de valeur de l'option VEGA est la valeur espérée des flux monétaires provenant de l'exploitation des puits VEGA-1 et VEGA-3. Au temps t , si on produit seulement quand les revenus sont supérieurs aux coûts de production, i.e. on a l'option de produire ou non, la fonction de profits en termes « annuels » pour un puits de type VEGA s'écrit

$$\pi(t) = \text{Max}[P(t)q(t)(1 + \chi\psi)(1 - \nu) - C(t), 0]. \quad (\text{A.15})$$

Pour que (A.15) soit valide, il faut que le gestionnaire soit en mesure d'interrompre et de reprendre la production sans coûts, une hypothèse qui semble réaliste pour un puits de type VEGA si on considère que le gestionnaire à l'option de livrer le gaz. Au temps $t = 0$ quand le prix est égal à P_0 , la valeur espérée de produire au temps t est égale à

$$\begin{aligned} VP(P_0, t) &= e^{-rt} \int_0^{\infty} \frac{\text{Max}[P(t)q(t)(1 + \chi\psi)(1 - \nu) - C(t), 0]}{P(t)b\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln P(t) - a}{b}\right)^2} dP \\ &= e^{-rt} \int_{\frac{C(t)}{q(t)(1 + \chi\psi)(1 - \nu)}}^{\infty} \frac{[P(t)q(t)(1 + \chi\psi)(1 - \nu) - C(t)]}{P(t)b\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln P(t) - a}{b}\right)^2} dP. \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Après avoir effectué quelques changements de variables, l'intégrale (A.16) devient

$$VP(P_0, t) = e^{-rt} \left[q(t)(1 + \chi\psi)(1 - \nu) e^{\frac{a + \frac{1}{2}b^2}{2}} \Phi(d_1) - C(t) \cdot \Phi(d_2) \right], \quad (\text{A.17})$$

où Φ est la fonction de densité normale à moyenne 0 et variance 1 et

$$d_1 = \frac{b^2 + a - \log\left(\frac{C(t)}{q(t)(1 + \chi\psi)(1 - \nu)}\right)}{b}, \quad d_2 = d_1 - b.$$

L'expression (A.17) représente la valeur de l'option de produire au temps t . La valeur espérée des flux monétaires provenant de l'exploitation d'un puits de type VEGA est donc égale à la somme de toutes les options de production ce qui s'écrit comme suit :

$$G_i(P_0) = \int_0^{\infty} VP(P_0, t) dt \quad i \in \{1, 3\}. \quad (\text{A.18})$$

L'intégrale (A.18) doit être calculée numériquement. Pour ce faire, décomposons (A.18) comme suit :

$$G_i(P_0) = \underbrace{\int_0^{t_p} e^{-rt} \left[q_0(1 + \chi\psi)(1 - \nu) e^{\frac{a(t) + \frac{1}{2}b(t)^2}{2}} \Phi(d_1(t)) \right] dt}_1 + \underbrace{\int_{t_p}^{\infty} e^{-rt} \left[q(t)(1 + \chi\psi)(1 - \nu) e^{\frac{a(t) + \frac{1}{2}b(t)^2}{2}} \Phi(d_1(t)) \right] dt}_2 - \underbrace{\int_0^{\infty} C(t) e^{-rt} \Phi(d_2(t)) dt}_3 \quad (\text{A.19})$$

Pour l'intégrale 1, effectuons le changement de variable $x = \frac{2t - t_p}{t_p}$ pour obtenir :

$$\frac{t_p}{2} \int_{-1}^1 e^{-r\left(\frac{t_p(x+1)}{2}\right)} \left[q_0(1 + \chi\psi)(1 - \nu) e^{\frac{a\left(\frac{t_p(x+1)}{2}\right) + \frac{1}{2}b\left(\frac{t_p(x+1)}{2}\right)^2}{2}} \Phi\left(d_1\left(\frac{t_p(x+1)}{2}\right)\right) \right] dx, \quad (\text{A.20})$$

nous permettant d'appliquer la méthode d'intégration numérique de *Gauss-Legendre*. Pour l'intégrale 2, effectuons les changements de variables $x = t - t_p$ et $z = rx$ pour obtenir :

$$\frac{e^{-rt_p}}{r} \int_0^{\infty} e^{-z} \left[q \left(\frac{z}{r} + t_p \right) (1 + \chi \psi) (1 - \nu) e^{a \left(\frac{z}{r} + t_p \right) + \frac{1}{2} b \left(\frac{z}{r} + t_p \right)^2} \Phi \left(d_1 \left(\frac{z}{r} + t_p \right) \right) \right] dz \quad (\text{A.21})$$

nous permettant d'appliquer la méthode d'intégration numérique de *Gauss-Laguerre*. Finalement, pour l'intégrale 3, substituons $x = rt$ pour obtenir :

$$\frac{1}{r} \int_0^{\infty} e^{-x} C(t) \Phi \left(d_2 \left(\frac{x}{r} \right) \right) dx \quad (\text{A.22})$$

nous permettant d'appliquer encore une fois la méthode d'intégration numérique de *Gauss-Laguerre*. La même démarche s'applique au cas où le gaz de VEGA remplace du propane, dans ce cas on remplace (A.15) par :

$$\text{Max} \left[P(t) q(t) \psi (1 + \chi) (1 - \nu), C(t), 0 \right].$$

Il arrive fréquemment que l'option de produire ou non et la volatilité ne soient pas considérées dans l'évaluation du projet autrement que par un ajustement du taux d'actualisation (RAROC). En effet, un scénario moyen est souvent utilisé ce qui signifie qu'implicitement, la valeur est calculée en supposant qu'il y aura toujours production même quand le coût est supérieur aux revenus.¹⁴ Dans ce cas, si P_0 représente le prix moyen, la valeur du puits au temps t s'écrit :

$$\begin{aligned} VP_{\text{sans option}}(P_0) &= \int_0^{\infty} \left[P_0 q(t) (1 + \chi \psi) (1 - \nu) - C(t) \right] e^{-rt} dt \\ &= \int_0^{t_p} P_0 q_0 (1 + \chi \psi) (1 - \nu) e^{-rt} dt \\ &\quad + \int_{t_p}^{\infty} P_0 q_0 e^{-\mu_q(t-t_p)} (1 + \chi \psi) (1 - \nu) e^{-rt} dt - C \int_0^{\infty} e^{-rt} dt \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

¹⁴ Toujours sous l'hypothèse que le coût d'arrêter et de redémarrer la production est nul.

cela est équivalent à :

$$VP_{\text{sans option}}(P_0) = \frac{P_0 q_0 (1 + \chi \psi) (1 - \nu)}{r(\mu_q + r)} \left[\mu_q (1 - e^{-rt_p}) + r \right] - \frac{C}{r}. \quad (\text{A.24})$$

Valeur de l'option de forer

Tel que mentionné, une fois le forage terminé, NCG doit prendre la décision de parachever le puits, dans ce cas, la fonction-objectif est :

$$\text{Max} \left\{ G_3(P_{T_F}, q_{3(T_F)}) - C_P, 0 \right\}. \quad (\text{A.25})$$

Par conséquent, le problème au moment où la décision de forer doit être prise s'écrit comme suit :

$$\text{Max} \left\{ G_1(P_0, q_{1(0)}) - C_{G_1} + E \left[\text{Max} \left\{ G_3(P_{T_F}, q_{3(T_F)}) - C_P, 0 \right\} \middle| P_0, I_0 \right] e^{-rT_F} - C_F, 0 \right\}, \quad (\text{A.26})$$

où

- $G_1(P_0, q_{1(0)}) \equiv$ valeur aujourd'hui du puits VEGA-1,
- $G_3(P_{T_F}, q_{3(T_F)}) \equiv$ valeur du puits VEGA-3 à la fin du forage, et
- $I_0 \equiv$ information sur les réserves à $t = 0$.

Pour sa part, l'espérance dans l'expression (A.26) est équivalente à :

$$E \left[\text{Max} \left\{ G_3(P_{T_F}, q_{3(T_F)}) - C_P, 0 \right\} \middle| P_0, I_0 \right] = P(\text{sec}) \cdot 0 + P(\sim \text{sec}) \cdot \sum_{i=1}^n P(q^i_{3(T_F)}) \cdot E \left[\text{Max} \left\{ G_3(P_{T_F}, q^i_{3(T_F)}) - C_{P_i}, 0 \right\} \middle| P_0 \right], \quad (\text{A.27})$$

où $P(q^i_{3(T_F)})$ est la probabilité d'une production initiale de $q^i_{3(T_F)}$ conditionnellement à un puits productif. Finalement, l'espérance conditionnelle à P_0 s'écrit :

$$E\left[\text{Max}\left\{G_3\left(P_{T_f}, q^{i_{3(T_f)}}\right) - C_{P_i}, 0\right\} \middle| P_0\right] = \int_{P_{T_f}^*}^{\infty} \frac{G_3\left(P_{T_f}, q^{i_{3(T_f)}}\right) - C_{P_i}}{P_{T_f} b \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln P_{T_f} - a}{b}\right)^2} dP_{T_f}. \quad (\text{A.28})$$

La première étape pour évaluer (A.28) est de trouver $P_{T_f}^*$ qui est la racine de (A.25) et ensuite, en effectuant le changement de variable $x = P_{T_f} - P_{T_f}^*$ on a

$$E\left[\text{Max}\left\{G_3\left(P_{T_f}, q^{i_{3(T_f)}}\right) - C_{P_i}, 0\right\} \middle| P_0\right] = \int_0^{\infty} \frac{G_3\left(x + P_{T_f}^*, q^{i_{3(T_f)}}\right) - C_{P_i}}{(x + P_{T_f}^*) b \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x + P_{T_f}^*) - a}{b}\right)^2} dx \quad (\text{A.29})$$

et cela s'évalue à l'aide de la méthode d'intégration numérique de *Gauss-Laguerre*. Il est important de noter que *Gauss-Laguerre* s'applique à (A.29) seulement quand la fonction à intégrer est multipliée par $e^x e^{-x}$.

Calcul de la valeur de l'option d'attendre avant d'investir

Pour établir la valeur de l'option d'attendre avant d'investir, nous utilisons la méthode Monte Carlo LSM qui permet d'évaluer des options avec des particularités américaines, i.e. exercice de l'option avant l'échéance. Il aurait été également possible de solutionner le problème par la méthode des différences finies après avoir énoncé l'équation différentielle caractérisant la valeur de notre projet. Pour ce travail, nous utilisons la méthode LSM pour démontrer comment cette méthode est flexible, intuitive et relativement facile d'utilisation.

Pour commencer, définissons $F(P_t, T-t)$ comme étant la valeur de l'option de parachever le puits VEGA-1 et ce, en fonction du prix au temps t et du temps qu'il reste avant l'échéance T . À chaque instant $t \in [0, T]$, la firme peut soit échanger l'option d'investir en retour d'un projet (VEGA-1 productif) qui a une valeur de $VP(P_0, t) - C_p$, soit reporter la décision à une période ultérieure.¹⁵ Au temps t , la valeur de l'option gérée de façon optimale est égale à

¹⁵ Voir équation (A.17).

$$F(P_t, T-t) = \max_{\tau \in [t, T]} \left\{ e^{-r(\tau-t)} E_t [VP(P_\tau, \tau) - C_p] \right\} \quad (\text{A.30})$$

où τ est le temps d'arrêt optimal choisi dans $[0, T]$, r le taux d'actualisation et E_t l'espérance conditionnelle à l'information disponible au temps t .

Pour implanter la méthode LSM, on divise la plage de temps de l'option en N nœuds séparés par une distance de $\hat{\partial}t = \frac{T}{N}$ et nous considérons seulement les temps d'arrêt $\{t_0 = 0, t_1 = \hat{\partial}t, \dots, t_N = N\hat{\partial}t\}$ ce qui donne une approximation en temps discret de $F(P_t, T-t)$.

La prochaine étape est de simuler K trajectoires de la variable d'état aléatoire P_t . On utilise comme solution de (A.1) l'équation suivante :

$$P_t = \exp \left\{ Y_{t-1} e^{-\eta \hat{\partial}t} + \alpha (1 - e^{-\eta \hat{\partial}t}) + \sigma_Y \sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta \hat{\partial}t}}{2\eta}} \cdot N(0, 1) \right\} \quad (\text{A.31})$$

où $N(0, 1)$ est un tirage d'une distribution normale standard. Définissons $P_t(w)$ comme étant le prix au temps t de la w -ième trajectoire et $\tau(w)$ comme le temps d'arrêt optimal de la w -ième trajectoire. Si on définit t comme étant la date d'aujourd'hui, $\tau(w)$ est généré avec l'information qui est disponible au temps t .

Pour trouver (A.30), nous procédons récursivement pour chaque trajectoire; à chaque nœud, le décideur doit choisir entre investir ou attendre. À l'échéance, puisque la VAN redevient le critère de décision optimal, la valeur de l'investissement est égal à

$$F(P_{t_N}(w), t_N) = \max \left\{ VP(P_{t_N}(w), t_N) - C_p, 0 \right\} \text{ pour } w = 1, \dots, K. \quad (\text{A.32})$$

À $(N-1)\hat{\partial}t$ la valeur de l'investissement est égale à

$$F(P_{t_{N-1}}(w), t_{N-1}) = \max \left\{ VP(P_{t_{N-1}}(w), t_{N-1}) - C_p, e^{-r\hat{\partial}t} E_{t_{N-1}} \left[F(P_{t_N}(w), t_N) \right] \right\}. \quad (\text{A.33})$$

En procédant de cette façon jusqu'à t_1 , la règle de décision à t_1 est

$$F(P_{t_1}(w), t_1) = \max \left\{ VP(P_{t_1}(w), t_1) - C_p, e^{-r\hat{\tau}} E_{t_1} \left[F(P_{t_2}(w), t_2) \right] \right\} \quad (\text{A.34})$$

et le temps d'arrêt optimal pour chaque trajectoire satisfait

$$\tau(w) = \inf \left\{ t \mid F(P_t(w), t) = VP(P_t(w), t) - C_p \right\} \quad \text{avec } t \in \{t_0, \dots, t_N\}. \quad (\text{A.35})$$

La condition (A.35) indique que le décideur investira la première fois que la valeur du projet sera supérieure ou égale à la valeur espérée d'attendre une autre période avant d'agir. Finalement, pour trouver $F(P_0, t_0)$, il s'agit de prendre la moyenne de la stratégie d'investissement optimale pour les K trajectoires ce qui s'écrit

$$F(P_0, t_0) = \frac{1}{K} \sum_{w=1}^K e^{-r\tau(w)} \left(VP(P_{\tau(w)}(w), \tau(w)) \right). \quad (\text{A.36})$$

À chaque nœud de chaque trajectoire, la quantité inconnue est la valeur espérée d'attendre une autre période avant d'investir. Au nœud t_n , la valeur espérée d'attendre une autre période s'écrit comme suit :

$$\Psi(P_{t_n}, t_n) = e^{-r\hat{\tau}} E_{t_n} \left[F(P_{t_{n+1}}, t_{n+1}) \right]. \quad (\text{A.37})$$

Le concept clé de l'approche LSM est que (A.37) peut s'exprimer comme une combinaison de fonctions de base

$$\Psi(P_{t_n}, t_n) = \sum_{j=1}^{\infty} \phi_j(t_n) L_j(P_{t_n}, t_n), \quad (\text{A.38})$$

où $\phi_j(t_n)$ sont les coefficients des fonctions de base et L_j est le j -ième élément de la base orthonormale de la fonction (A.37). Pour obtenir une approximation de (A.38), on utilise les $J < \infty$ premiers éléments de la base et on estime les coefficients par moindres carrés (MC) avec l'information en coupe transversale de la simulation.

En procédant récursivement à partir du nœud $N-1$, la valeur d'attendre jusqu'à N avant d'investir est égale pour chaque trajectoire à

$$e^{-r\hat{t}} \max\{VP(P_{t_N}(w), t_N) - C_P, 0\}. \quad (\text{A.39})$$

Pour obtenir un estimé de (A.38) à t_{N-1} , on régresse (A.39) sur une constante et sur les J fonctions de base. Par conséquent, à t_{N-1} pour chaque trajectoire w , la valeur d'attendre jusqu'à N avant d'investir est estimée par

$$\hat{\Psi}(P_{t_{N-1}}, t_{N-1}) = \sum_{j=1}^J \hat{\phi}_j(t_{N-1}) L_j(P_{t_{N-1}}(w), t_{N-1}), \quad (\text{A.40})$$

où $\hat{\phi}_j$ est l'estimé MC du j -ième coefficient de la base. Finalement, la valeur de l'option d'investir au nœud $N-1$ est égale à

$$F(P_{t_{N-1}}(w), t_{N-1}) = \max\{VP(P_{t_{N-1}}(w), t_{N-1}) - C_P, \hat{\Psi}(P_{t_{N-1}}, t_{N-1})\}. \quad (\text{A.41})$$

On doit répéter cette procédure pour finalement obtenir $F(P_0, t_0)$.